Я.Г.Клюшин

НЕКОТОРЫЕ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ЭЛЕКТРО- И ГРАВИДИНАМИКИ

Санкт-Петербург, Россия
2010

Я.Г.Клюшин

Памяти моего отца
профессора Клюшина
Григория Васильевича,
давшего мне все.

НЕКОТОРЫЕ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ЭЛЕКТРО- И ГРАВИДИНАМИКИ

Санкт-Петербург, Россия
2010

ПРЕДИСЛОВИЕ

Предлагаемая читателю книга представляет собой подборку публикаций автора, посвященных анализу проблем электродинамики и их связи с гравитацией. Основу книги составляет работа [36]. В некоторых пунктах она существенно дополнена. Более детально рассмотрены примеры, более выпукло сформулирована роль эфира – среды, заполняющей мировое пространство и все материальные тела. В частности, дано “эфирное” объяснение втягивания диэлектрика в конденсатор.

Понятие диамагнетика и парамагнетика связано со сжимаемостью эфира в этих телах. Приведен пример магнитного поля, из которого парамагнетики выталкиваются, а диамагнетики втягиваются. Рассмотрен пример, когда кривая не охватывает ток переноса, но циркуляция магнитного поля по ней происходит. Причиной такого эффекта являются дополнительные слагаемые, которые появляются в обобщенной электродинамике и отсутствуют в классической. Более подробно рассмотрен вопрос о выполнении третьего закона Ньютона в обобщенной электродинамике. Традиционная формула для силы Лоренца этому требованию, как известно, не удовлетворяет.

Связь с гравитацией сформулирована в виде нескольких приложений, каждое из которых представляет собой логический шаг от обобщенной электродинамики к гравидинамике, которая описывается уравнениями максвелловского типа, в которых первые производные по времени заменены на вторые. Приложение №1 посвящено вопросам размерностей электродинамических величин. Показано, как перейти к механическим размерностям этих величин. При этом становится ясно, что электрическое поле – это поле скоростей, а гравитационное поле – это поле ускорений. С размерностями гравидинамического поля проблем не возникает: оно с самого начала описывается на языке механики. Приложение №2 посвящено, в основном, исследованию исторических причин, по которым общая теория относительности победила в борьбе с другими подходами. Дано дескриптивное описание нового подхода, связывающего электро- и гравидинамику.

В Приложении №3 сформулированы уравнения, на взгляд автора, описывающие гравидинамическое поле и найдено явное выражение для силы взаимодействия двух движущихся масс. Последняя формула включает в себя, кроме статического закона всемирного тяготения, динамическую часть аналогично тому, как это делает формула для силы Лоренца в электродинамике. Эта сила зависит от скоростей ускорений, а также третьих и четвертых производных от радиус-вектора. Появление динамической части формулы связано с наличием у гравитации своего магнитного поля.

Приложение №4 можно считать заделом на будущее. Дело в том, что для гравидинамического поля справедливы точные аналоги законов сохранения в электродинамике. Математическим воплощением этих законов в электродинамике, как впрочем, и в гидро- и термодинамике, является уравнение непрерывности, зависящее от скорости перетекания жидкости через поверхность. Его, однако, оказывается недостаточно для процессов ускоренного перетекания. А именно такого сорта процессы мы и наблюдаем в гравидинамике. Приложение №4 называется “Второе уравнение непрерывности” и дает возможность описания ускоренных процессов.

В рамках предложенного подхода автор намерен продолжить рассмотрение различных приложений и, в первую очередь, космических проявлений гравидинамики, в частности, эффекта “скрытой массы” в галактиках.

ОСНОВЫ СОВРЕМЕННОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

ПРЕДИСЛОВИЕ КО ВТОРОМУ ИЗДАНИЮ

За шесть лет, прошедшие с момента выхода в свет первого издания этой книги, новая физика, порвавшая с мистикой квантовой механики и релятивизма, сделала несколько существенных шагов вперед. Осознана глубокая связь между гравитацией и электричеством, в первом издании проявлявшаяся только в том, что электрический заряд есть просто вращающаяся масса. Предложены количественные модели электрона и протона, неборовская модель атома водорода, согласующаяся со всей совокупностью твердо установленных экспериментальных фактов. Во всех физических явлениях стала очевидной основополагающая роль эфира, среды, заполняющей пространство.

Однако, для включения всех этих результатов в монографию, конечно, необходима совершенно новая и значительно большая по объему книга. Автор еще не потерял надежды такую книгу написать. Однако, это дело, возможно, и неблизкого будущего. Между тем, подходы, предлагаемые в данной книге, оказываются все более востребованными, тогда как небольшой тираж первого издания давно разошелся. Поэтому было принято решение о переиздании первого варианта книги без каких-либо существенных изменений. В новом издании просто были исправлены замеченные опечатки.

С грустью вынужден констатировать, что уже нет с нами многих из тех участников семинара Физического Общества Санкт-Петербурга, которые своей критикой и непримиримостью помогали мне в написании этой книги в 1999г. Особенно ощутимо для меня отсутствие Владимира Александровича Фогеля. 15 сентября 2005г. скончалась моя жена, сорок лет помогавшая мне идти по этой жизни. Ну что ж, видимо, так угодно Господу.

Спасибо моим студенткам Светлане Мищенко и Ольге Жбановой за то, что они взяли на себя и честно несли немалый груз по новому набору этой книги.

ОТ АВТОРА

Эта книга задумана как вызов унылому конформизму в науке. Вызов всегда обращен, прежде всего, к молодежи, заново познающей мир и потому потенциально более склонной к восприятию нестандартных идей. Мои слова к тебе, студент, аспирант. Твоя жизнь не будет посвящена уточнению сотого знака известной константы. Просел фундамент и заваливается здание современной физики. Единство природы, о котором говорили древние, обретает осязаемые формы. Тебе будет, где развернуться и над чем поразмышлять. Понять и суметь сформулировать связь времен – что может быть более достойным? И что может дать большую радость? Я прожил жизнь и могу сказать: ни деньги, ни власть, ни даже любовь, не говорю уж о водке и наркотиках, не могут дать той удивительной, не притупляющейся остроты чувства, которое охватывает человека в момент, когда завал противоречивых и казалось бы не связанных друг с другом фактов вдруг обретает стройность, простоту, и ты начинаешь ощущать гармонию мироздания. Думаю, что нечто подобное должна ощущать женщина, когда после трудной беременности и непростых родов она держит у груди здорового орущего малыша. У мужчины же нет другого пути испытать это чувство, кроме как в творчестве.

Но мои слова и к маститым ученым моего поколения. Вы – хранители знаний, без вас не создать иерархии, канона, столь важных для науки грядущего тысячелетия, столь необходимых для того, чтобы на месте разносортицы современных знаний была создана "игра в бисер", так ярко описанная Германом Гессе. Так не будем же уподобляться политикам, и ставить свои амбиции выше интересов дела. В великом эволюционном движении Господь отвел нам роль мозга человечества. Будем же достойны этого предназначения.

Отпущенный маятник проходит точку равновесия, и человек, год, просидевший на манной каше, перекладывает перцу в пищу. Я тоже отдаю себе отчет в возможно излишней резкости некоторых страниц этой книги.

Поэтому с благодарностью приму любую критику и, если не смогу ответить, то изменю свою точку зрения.

Пользуюсь случаем поблагодарить всех, кто прямо или косвенно помогал мне в трудном путешествии в современную физику. И, прежде всего это относится к Илье Викторовичу Прохорцеву, без постоянного внимания и доброжелательности которого эта книга вообще не могла бы состояться. Я глубоко признателен коллегам по семинару физического общества Санкт-Петербурга и в первую очередь руководителю семинара Анатолию Павловичу Смирнову и первому среди равных Владимиру Александровичу Фогелю, который привлек мое внимание к электродинамике и постоянно поддерживал этот интерес иногда и против моего желания.

Как всегда профессионально решила проблему набора книги Светлана Бегачева. Как всегда терпелива и доброжелательна была моя жена Алена, о любви к которой я хочу сказать здесь, потому что редко делаю это устно. Спасибо моим учителям, профессорам математико-механического факультета Ленинградского университета, которые привили мне привычку к количественным рассуждениям и, может быть, наивную веру в конечную победу истины. Спасибо всем моим друзьям и прежде всего Алексею Николаевичу Проценко, всегда находившему силы поддержать меня в моих "безумных начинаниях". Все они – соавторы книги.

Спасибо и тебе, читатель, имевший терпение дочитать до конца эту небольшую исповедь.

Февраль 1999 г. Я. Г. Клюшин

ВВЕДЕНИЕ

Духовное достигается смелостью и проницательностью.
Поэтому так скучны книги, подменяющие интуицию
бесконечными комбинациями
интеллектуальных леденцов.
Комбинациями, в которых
отсутствуют два пустяка – живое и новое.
Луис Ортега,
Академик Флорентийской академии

Все науки условно можно разделить на науки "длинные" и науки "широкие". Примером науки длинной может служить математика: из небольшого числа исходных аксиом-предположений она строит длинные цепочки выводов. Примером науки широкой может служить история или экономика. В этих науках имеется значительное число фактов, часто неясно как связанных друг с другом, а из таких фактов торчат "свиные хвостики" выводов. По распространенному мнению физика – наука длинная: вон, сколько из нее следует. Однако при ближайшем рассмотрении приходишь к выводу, что современная физика как наука значительно ближе, например, к экономике, чем к математике. Многочисленность и смысловая расплывчивость, казалось бы основных терминов, использование математики не для прояснения, а для затемнения сути дела, доказательства методом “ссылки на авторитет”, – все эти родимые пятна “широких наук” в не меньшей, а иногда и в большей степени характерны для физики. По глубокому убеждению автора современная физика переживает кризис, кризис значительно более глубокий, чем сто лет назад. Его условно можно назвать "кризисом удлинения". В этом смысле полезно посмотреть, как такие периоды переживали другие науки, и в первую очередь образец для других наук – математика.

Период последнего кризиса математики, можно считать, начался с момента осознания проблемы пятого постулата Евклида во второй половине 19 века и закончился в начале 20 века формулировкой "аксиоматического метода" в математике. Что было осознано в ходе этого кризиса?

Во-первых, было осознано, что невозможно все определять через все. Приходится некоторые понятия отдать на откуп интуиции исследователя. Например, в математике не определяется понятие множества, но при этом имеется теория множеств. Однако таких, неопределенных понятий не много. В противном случае одни и те же утверждения разными людьми начинают пониматься по-разному. Далее, построение новой теории должно начинаться с формулировки аксиом. При этом аксиомы вовсе не обязаны быть "очевидными истинами". К совокупности этих предположений, конечно, предъявляются некоторые требования непротиворечивости, полноты и т. д. Но в остальном эти предположения могут быть совершенно произвольными.

Что из этого математического опыта может взять физика нарождающегося тысячелетия? Ну, прежде всего необходимость существенного сокращения неопределяемых понятий. Сейчас таких понятий в физике десятки, если не сотни. Провозглашают закон сохранения энергии и не знают, что такое энергия, пишут монографии по теории поля и не знают, что такое поле. Называют уравнениями все, где стоит знак равенства, хотя половина этих равенств – определения, и т. д. Характерный пример. Впервые об этом заговорил, по-видимому, Лагранж, что называется ребром вопрос поставил Кирхгоф. В несколько вольном пересказе изложим соответствующие рассуждения Жюля Анри Пуанкаре в его лекциях по механике. [1].

Пуанкаре пишет примерно следующее. В каком случае соотношение $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ можно назвать законом? Только в том случае, если у нас есть три независимых определения: силы $\mathbf{F}$, массы m и ускорения $\mathbf{a}$. Только после этого некоторый умный человек, посидев под яблоней или под чинарой, может прибежать к нам и сказать: "Вот вы все думали, что эти вещи никак между собой не связаны, а я вам говорю, что здесь равенство, давайте проводить опыты". Но положение дел ведь совершенно не таково. С некоторой натяжкой можно сказать, что мы понимаем, что такое $\mathbf{a}$, если понимаем, что такое время и пространство и умеем считать производные. Далее Пуанкаре показывает, что все известные ему определения массы в том или ином смысле порочны. И уж совсем мы не понимаем, заканчивает он, что такое сила. Вывод: то, что мы называем вторым законом Ньютона, в лучшем случае – определение силы: если скорость движения массы m изменяется во времени вследствие внешних обстоятельств так, что эта масса испытывает ускорение **a**, то мы говорим, что на массу m действует сила m**a**.

Но полистаем учебник физики дальше. Вот эта же самая масса m находится в гравитационном поле потенциала Φ. Следует уже новое определение: на эту пробную массу действует сила $\mathbf{F} = m \operatorname{grad} \Phi$. Технически эти определения совершенно различны. Если в первом случае сила определялась через изменения во времени, то здесь она определяется через изменения в пространстве. Но никто не затрудняется вопросом, как это новое определение силы связано со старым. Эквивалентны ли они, или в чем-то разнятся. Ниже мы рассмотрим силу Лоренца и силу Вебера для электромагнитных явлений. При этом опять-таки никто не озабочен проблемой связи этих определений с упомянутыми выше.

Поэтому типичными для учебников физики стали пассажи такого типа. Долго говорится об электромагнитных силах, действующих на электрон, а потом вспоминается: да, но сила – ведь это производная по времени от импульса, давайте приравняем эти вещи. А почему это не градиент потенциала, и кто дал право приравнивать объекты разного происхождения? И кто сказал, что электрически заряженное тело реагирует на силу так же, как и электрически нейтральное? Как минимум это надо долго обосновывать. Поскольку из ложной посылки может следовать что угодно, иногда приходят и к правильным выводам.

Но вернемся к кризису физики. Что представляется первым и важнейшим шагом? Кодифицировать и свести к минимуму количество неопределяемых понятий. Может быть, ограничиться интуитивно ясными понятиями пространства, времени, массы может быть еще 3–4 понятия. Здесь, конечно, будет сломано много копий, потому что, пожалуй, наибольший ущерб, который теория относительности нанесла физике –

это привычка многих "по-свойски" обращаться с понятиями пространства, времени, путать их с соответствующими понятиями в математике. Ведь для математика метрика, топология – это просто удобный способ построения его логических конструкций, никакого физического содержания он в эти понятия не вкладывает. Тогда как физическое пространство, в котором мы живем, хотя, по-видимому, и может быть наделено некоторыми свойствами математической метрики, ни с каким логическим определением не связано. Это нечто, данное нам от Господа, мы просто наделены некоторым инстинктом ориентирования в нем, а этот инстинкт говорит нам, что время и пространственная координата никак не могут быть приравнены. Время – это скорее шампур, на который нанизывается “мясо” пространственных координат. Поэтому мы постоянно рассматриваем пространственные координаты как функции времени и никогда не наоборот. Это означает, что если мы пользуемся Эйлеровыми координатами, мы всюду обязаны вычислять полную производную по времени. Ее конвективная часть опишет нам связь пространства и времени. А в такой связи обычно и заключена суть проблемы.

Именно в этом пункте, по-видимому, и споткнулась сегодняшняя официальная физика. Ведь если бы нашелся неленивый человек, который бы электродинамику переписал в Лагранжевых координатах, сходу бы развалилось надуманное четырехмерие Миньковского, а с криком этого петуха сгинуло бы и чудище релятивизма. Между тем уже находятся любители рассматривать физическое пространство как общее и даже расслоенное топологическое.

Итак, первая задача – выделить и договориться об интуитивном смысле фундаментальных понятий в физике. Вторым шагом стала бы формулировка основных аксиом. Требований к математическим аксиомам для физических аксиом, конечно, мало. Мы должны потребовать, чтобы выводы из этих аксиом подтверждались опытом. Вопрос о том, какой опыт надо признавать корректным, а главное, как его интерпретировать, конечно, требует еще долгих дискуссий и выяснений.

Здесь только отметим, что возможность для теории объяснить опыт еще ни в коей мере не может служить причиной для провозглашения теории правильной. 2000 лет экспериментально подтверждалась Птоломеевская теория движения планет и Аристотелева вера, что движение с постоянной скоростью должно поддерживаться некоторыми посторонними воздействиями. Однако ныне мы отказались от этого. Почти сто лет многие экспериментальные факты рассматривались как подтверждение теории относительности, тогда как ныне они находят свое объяснение в рамках других теорий, объясняющих одновременно десятки других фактов, которые не могут быть объяснены в рамках теории относительности и до последнего времени, или же объяснялись *ad hoc* или же вообще никак не объяснялись. Между тем, мы постоянно наблюдаем, как однобокие теории, объяснившие десяток экспериментальных фактов, объявляются вечной истиной и подавляют альтернативные точки зрения. Так что проблема теоретической физики не в количестве экспериментов (их часто бывает вполне достаточно), а в естественном и внятном их объяснении. Думается, что английский корень в физике, провозглашающий примат эксперимента, слишком превалирует в современной науке и подавляет корень французский, требующий прозрачной логики и элегантности построений в теории. Физике будущего, по-видимому, предстоит как-то гармонизировать эти начала.

Так как же должны выглядеть физические аксиомы? Такими аксиомами, по-видимому, должны стать уравнения фундаментальных полей. Такая традиция в физике уже, конечно, есть. Но теоремы, т. е. следствия из этих уравнений, строятся в настоящее время совершенно неудовлетворительно, с использованием совершенно невнятных и заранее не определенных понятий. Поэтому представляется, что развитие физики в ближайшие годы должно выглядеть следующим образом. Выписываются уравнения фундаментальных полей. Например, электромагнитного, гравитационного и термодинамического. Просматриваются все экспериментальные факты, которые могут быть объяснены как следствия этих уравнений. Выясняется, почему некоторые факты не удается понять как следствия этих уравнений. После этого или же обобщаются исходные уравнения или же вводятся новые аксиомы-уравнения.

§1. ИСТОРИЧЕСКИЙ ОБЗОР ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИХ ТЕОРИЙ

Электродинамика справедливо считается образцом для других разделов физики, как в отношении ее логических основ, так и в отношении ее экспериментальной проверки. Горят лампочки в домах, работают электростанции, мы общаемся по интернету. Чего бы казалось еще?

Однако при ближайшем рассмотрении выясняется, что все гладко только для отдельных частных случаев вроде параллельных проводов с током. И уже нынешнее объяснение индукции вызывает ряд возражений, о которых мы здесь только упомянем. Их подробный разбор можно найти в статье Докторовича [2]. Многие, если не все, проблемы электродинамики порождены тем, что в современном виде теория сформировалась в результате выдвижения иногда весьма различных подходов к явлениям. Подходов, которые впоследствии силовым образом подгонялись друг к другу. Логические же пробелы заполнялись искусственными, иногда очевидным образом несимметричными определениями. Отметим здесь основные этапы формирования взглядов на электродинамику, излагаемых в настоящее время в университетских курсах.

Наблюдаемое с древних времен притягивание наэлектризованных предметов оформилось в математически строгое определение в виде закона Кулона: сила взаимодействия двух электрических зарядов q_1 и q_2

$$\mathbf{F}_{21} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\mathbf{r}_{21} \tag{1.1}$$

Давайте вдумаемся в это соотношение. Что оно нам говорит? Во-первых, сила $\mathbf{F}_{21}$ – вектор, и соотношение (1.1) указывает направление этой силы: сила радиальна и направлена вдоль радиуса от заряда 2 к заряду 1. Об этом говорит ее пропорциональность радиусу-вектору $\mathbf{r}_{21}$ от заряда 2 к заряду 1. В знаменателе дроби стоит величина r, модуль радиуса вектора $\mathbf{r}_{21}$. Мы в дальнейшем будем пользоваться трехмерной прямоугольной декартовой системой координат, точки которой будем обозначать через $\mathbf{x}=(x_1,x_2,x_3)$. Здесь x_i, $i=1,2,3$ – проекции этой точки на оси координат. Так вот в прямоугольной трехмерной декартовой системе координат,

$$\mathbf{r}_{21}=((x_1^1-x_1^2),(x_2^1-x_2^2),(x_3^1-x_3^2)) \tag{1.2}$$

$$r=\sqrt{(x_1^1-x_1^2)^2+(x_2^1-x_2^2)^2+(x_3^1-x_3^2)^2} \tag{1.3}$$

Верхними индексами здесь обозначены номера зарядов. Так что, например $(x_1^1-x_1^2)$, обозначает расстояние между первым и вторым зарядом по оси x_1. При этом предполагается, что размер самих зарядов пренебрежимо мал по сравнению с $\mathbf{r}$. Если не оговорено противное, всюду ниже мы будем это предполагать. В (1.1) в числителе дроби стоит сам радиус-вектор, в знаменателе – куб его величины. Значит, величина силы убывает как квадрат расстояния. Кроме расстояния в соотношении (1.1) фигурируют еще некоторые величины.

Во-первых, заряды q_1, q_2. Современные учебники рассматривают электрический заряд как некую первоначальную сущность. Ниже, в приложении № 1. мы вернемся к вопросу о физическом смысле заряда, здесь же сохраним эту традиционную точку зрения, отметив только, что в системе СИ, в которой мы будем работать, единицей заряда принято считать Кулон. И уже на этом этапе мы сталкиваемся с некоторой проблемой корректных определений.

Естественным был бы, по-видимому, следующий подход. Мы, конечно, не понимаем точного смысла термина заряд, но мы уверены, что существуют частицы, содержащие минимальное количество этого свойства. Тогда за единицу заряда можно было бы принять заряд электрона или протона или же некоторое количество таких зарядов. Например, $6{,}25\times10^{18}e$, где e – заряд электрона. В некотором смысле так и поступают. Но не определяют единицу заряда, которая в системе СИ равна выписанному количеству элементарных зарядов и называется Кулон, а определяют вначале скорость изменения заряда, кулон в секунду. Эту величину называют ампер и определяют ее как силу неизменяющегося тока, который, проходя по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малого кругового сечения, расположенным на расстоянии 1 м один от другого в вакууме, вызывает между этими проводниками силу, равную 2×10^{-7} ньютона на каждый метр.

Что здесь интересно для нашего разговора? А то, что и единицу заряда, и силу тока стремятся определить через силу, а не наоборот: такому-то количеству покоящихся или движущихся зарядов соответствует такая-то сила. Такие "силовые определения" представляются, конечно, исторически естественными. Ведь и до сих пор все электрические приборы, измеряющие электродинамические величины, измеряют на самом деле силу или момент силы. Но прежде, чем перейти к разговору об основных этапах развития понятий электродинамики, отметим, что в формуле (1.1) имеется еще одна величина ε_0. Это постоянная, ее обычно называют электрической постоянной.

Она характеризует взаимодействие зарядов в вакууме. Ее определяют из эксперимента:

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi\times9\times10^9}\,\frac{\text{кулон}^2}{\text{ньютон}\times м^2} \tag{1.4}$$

Эта константа показывает, что сила взаимодействующих зарядов не просто равна, а только пропорциональна произведению зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния. Эта константа появляется только в системе единиц СИ. В системе CGSE ее считают равной единице, соответственно изменяя величину и размерность электрического заряда. Хотя это иногда удобно при расчетах, мы увидим, что это сильно затемняет физический смысл электродинамических соотношений, тогда как ε_0 имеет глубокое механическое содержание (см. Приложение 1).

Итак, к середине 40 годов 19 века физика знала 2 фундаментальных закона: закон всемирного тяготения и закон Кулона. Оба они предсказывали появление радиальной силы взаимодействия между двумя зарядами, силы, величина которой спадает, как квадрат расстояния. В 1846 году Вильгельм Вебер предложил обобщение закона Кулона на случай движущихся зарядов, когда пассивный заряд имеет единичную величину. Величина пассивного заряда была взята Вебером единичной, судя по всему, просто для удобства. Однако, как мы увидим, в дальнейшем это в общем несущественное упрощение стало фундаментом для определенной идеологии, вошедшей в современные учебники физики. Оно фактически дало основу упрощенному пониманию электрического поля как силы, действующей на пробный заряд. Но все по порядку.

Формула Вебера для случая двух зарядов имеет вид

$$\mathbf{F}_{21} = \frac{q_1 q_2 \mathbf{r}_{21}}{4\pi\varepsilon_0 r^3} - \frac{q_1 q_2 \mathbf{r}_{21}}{8\pi\varepsilon_0 r^3 c^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \frac{q_1 q_2 \mathbf{r}_{21}}{4\pi\varepsilon_0 r^2 c^2}\left(\frac{d^2 r}{dt^2}\right) \tag{1.5}$$

где

$$r = \sqrt{(x_1^1 - x_1^2)^2 + (x_2^1 - x_2^2)^2 + (x_3^1 - x_3^2)^2} \tag{1.6}$$

Спенсер и Шамой [3] было показано, что (1.5) эквивалентна формуле

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{21} = \frac{q_1 q_2 \mathbf{r}_{21}}{4\pi\varepsilon_0 r^3} + \frac{q_1 q_2 \mathbf{r}_{21}}{8\pi\varepsilon_0 r^3 c^2}\left[(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)^2 \cdot \left(1 - \frac{3}{2}\cos^2\theta_4\right)\right] - \\ - \frac{q_1 q_2 \mathbf{r}_{21}}{4\pi\varepsilon_0 r^2 c^2}\left(|\mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_2|\cos\theta_5\right) \end{aligned} \tag{1.7}$$

Здесь $\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2$, $\mathbf{a}_1$, $\mathbf{a}_2$ – скорости и ускорения взаимодействующих зарядов q_1 и q_2, θ_4 – угол между радиусом-вектором $\mathbf{r}_{21}$ и $(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)$, θ_5 – угол между $\mathbf{r}_{21}$ и $(\bar{\mathbf{a}}_1 - \bar{\mathbf{a}}_2)$.

Отметим следующее.

1. Сила (1.5) радиальна. Психологически это понятно, т. к. к моменту ее написания все известные фундаментальные силы были радиальны.
2. Сила, дополнительная к кулоновой, зависит от относительных скоростей и ускорений зарядов, т. е. формула (1.5) предсказывает наличие дополнительной к кулоновой силы, даже если один из зарядов, например, пробный единичный заряд q_1, покоится.
3. Формула (1.5) удовлетворяет третьему закону Ньютона: сила, с который заряд 2 действует на пробный, равна по величине и

противоположна по направлению силе, с которой заряд 1 действует на заряд 2.

4. Формула (1.5) говорят о взаимодействии зарядов, ничего не говоря о механизме передачи такого взаимодействия через пространство.

Последнее обстоятельство сильно смущало физиков середины прошлого века, т. к. в механике – царице тогдашней науки, взаимодействие носило "контактный характер".

Впрочем, это обстоятельство продолжает смущать ученых и до сих пор.

Для преодоления трудностей дальнодействия в 1782 г. Лаплас предложил отказаться от явной формулы для сил дальнодействия в законе Всемирного тяготения и заменить ее на дифференциальное уравнение для некоторой величины, названной полем. При таком подходе можно считать, что дифференциальное уравнение описывает взаимодействие между соседними элементами поля. Введение этого поля подменяет задачу о "дальнодействии" между реальными зарядами задачей о "близкодействующем" взаимодействии между соседними областями пространства, залитого некоторым искусственно придуманным полем. Лапласу мы обязаны идеей введения уравнений для поля, уравнений, которые действуют всюду вне тех точек, в которых, сосредоточены сами заряды.

Применяя идею о поле к задачам электродинамики и обобщая в полевых терминах результаты экспериментов в первую очередь Фарадея, Максвелл предложил свою знаменитую систему уравнений для электромагнитного поля. Их мы сейчас и выпишем.

$$\operatorname{div}\mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \tag{1.8}$$

$$\operatorname{rot}\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \tag{1.9}$$

$$\operatorname{div}\mathbf{B} = 0 \tag{1.10}$$

$$c^2 \operatorname{rot}\mathbf{B} = \frac{\mathbf{j}}{\varepsilon_0} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \tag{1.11}$$

здесь $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$ – поля, названные электрическим и магнитным, ρ – плотность электрических зарядов, $\mathbf{j} = \rho\mathbf{v}$ – плотность электрического тока, т. е. движение со скоростью $\mathbf{v}$ зарядов плотности ρ, ε_0 – уже упоминавшаяся нами электрическая постоянная.

В чем, однако, физический смысл полей $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$?

Частичный ответ на этот вопрос дает интегрирование по объему шара радиуса r в соотношении (1.8) при условии, что (1.9) имеет вид

$$\operatorname{rot}\mathbf{E} = 0 \tag{1.9a}$$

Проведя это интегрирование, получим, что

$$\mathbf{E} = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\mathbf{r} \tag{1.12}$$

где q_2 – количество заряда в объеме интегрирования, а $\mathbf{r}$ – радиус-вектор от заряда 2 в точку наблюдения. Заметим все же, что, получив векторную функцию (1.12) из скалярного соотношения (1.8), мы совершаем математический подлог, строго логически нам этого не получить. В учебниках к этому приходят, приговаривая “всякие физические слова”. Не имея ввиду специально останавливаться на надежности таких “приговариваний”, предложим любознательному читателю посчитать дивергенцию функции (1.12). Дорогой читатель, получил ли ты ноль? Но вернемся к изложению нынешних взглядов на физику.

Соотношение (1.12), конечно, очень похоже на закон Кулона (1.1), просто в законе Кулона в точке наблюдения находится заряд q_1.Мы получим силу из соотношения (1.12), если домножим его на заряд q_1, т. е. $\mathbf{E}q_1$ есть сила с которой в статическом случае заряд 2 действует на статический заряд 1. Однако в уравнениях (1.8)–(1.11) еще имеется магнитное поле $\mathbf{B}$, которое тоже должно как-то влиять на пробный заряд q_1. По-видимому, Хевисайду первому пришла в голову формула, названная впоследствии формулой Лоренца. Эта формула для силы

$$\mathbf{F}_{21} = q_1\mathbf{E}_2 + q_1\mathbf{v}_1 \times \mathbf{B}_2 \tag{1.13}$$

с которой движущийся заряд q_2 действует на движущийся заряд q_1. Здесь пробный, пассивный заряд q_2 фигурирует в явном виде, действие же заряда q_2 упрятано в поля $\mathbf{E}_2$ и $\mathbf{B}_2$, которые он создает. Как же выглядят эти поля? Чтобы ответить на этот вопрос нам надо решить уравнения (1.8)–(1.11) для q_2 и подставить эти решения в (1.13). Но в общем случае решений уравнений Максвелла мы не знаем. Их удается найти в некоторых частных случаях.

Одним из таких случаев является случай длинного пучка движущихся электронов. Для этого случая магнитное поле

$$\mathbf{B}_2 = \frac{\mathbf{I}_2 \times \mathbf{r}_{21}}{2\pi\varepsilon_0 c^2 r^2} \tag{1.14}$$

где $\mathbf{I}_2$ – ток, т. е. количество зарядов, проходящее через поперечное сечение пучка в секунду, а c – скорость света. Выражение (1.14) можно преобразовать, используя в явном виде скорость зарядов в пучке $\mathbf{v}_2$. Тогда

$$\mathbf{B}_2 = \frac{\lambda_2 (\mathbf{v}_2 \times \mathbf{r}_{21})}{2\pi\varepsilon_0 c^2 r^2} \tag{1.15}$$

где λ_2 – линейная плотность зарядов в пучке. (1.13) для рассматриваемого случая приобретает вид

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_{21} &= \frac{q_1\lambda_2\mathbf{r}_{21}}{2\pi\varepsilon_0 r^2} + \frac{q_1\lambda_2}{2\pi\varepsilon_0 r^2 c^2}[\mathbf{v}_1 \times (\mathbf{v}_2 \times \mathbf{r}_{21})] = \\ &= \frac{q_1\lambda_2\mathbf{r}_{21}}{2\pi\varepsilon_0 r^2} + \frac{q_1\lambda_2}{2\pi\varepsilon_0 c^2 r^2}[\mathbf{v}_2(\mathbf{r}_{21}\cdot\mathbf{v}_1) - \mathbf{r}_{21}(\mathbf{v}_1\cdot\mathbf{v}_2)]\end{aligned} \tag{1.16}$$

Сравним это выражение с силой Вебера (1.7.).

1. Сила (1.16) имеет не только радиальную, но вообще говоря, нерадиальную компоненту $\mathbf{v}_2(\mathbf{r}_{21}\cdot\mathbf{v}_1)$.
2. Сила, дополнительная к кулоновой, зависит от произведения абсолютных скоростей зарядов. Поэтому, если один из зарядов покоится, вся дополнительная сила становится равной нулю.
3. Формула (1.16) не удовлетворяет третьему закону Ньютона. Если например, $\mathbf{r}_{21} \parallel \mathbf{v}_1, \mathbf{r}_{21} \perp \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_1 \perp \mathbf{v}_2$ т. е. $\mathbf{v}_2(\mathbf{r}_{21}\cdot\mathbf{v}_1) \neq 0$, $\mathbf{r}_{21}(\mathbf{v}_1\cdot\mathbf{v}_2) = 0$,

то, поменяв местами индексы и получив выражение для силы противодействия, имеем: $\mathbf{v}_1(\mathbf{r}_{12} \cdot \mathbf{v}_2) = 0$, $\mathbf{r}_{12}(\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2) = 0$ т. е. в этом случае заряд 2 будет действовать на заряд 1, тогда как заряд 1 на заряд 2 нет.

4. В формуле (1.13) механизм взаимодействия зарядов объясняется тем, что заряд q_2 создает в окружающем пространстве поля $\mathbf{E}_2$ и $\mathbf{B}_2$. При этом $\mathbf{E}_2$ действует на "статическую часть пробного заряда", а $\mathbf{B}_2$ – на компоненту, зависящую от скорости. Заметим, что при этом пробный заряд q_1 как бы лишен своего поля. Внешние поля действуют непосредственно на него. Однако уже в формуле (1.16), которая эквивалентна (1.13), это "близкодействие" пропадает. Так что встает вопрос: а не порождены ли наши вопросы о дальне- и близкодействии просто нашей ложной интуицией? Имеют ли они смысл?
5. Формула (1.16) не предсказывает появления силы за счет ускорений зарядов, тогда как силы (1.5) и (1.7) от ускорений зарядов зависят.

Наконец, подчеркнем еще раз, что смысл формулы (1.16) состоит в том, чтобы по известным полям, созданным зарядом q_2 и известным характеристикам пробного заряда q_1 определить силу их взаимодействия.

Однако трудности нахождения решений уравнений Максвелла привели к тому, что в стандартных университетских учебниках ситуацию обращают. Приведем характерное рассуждение Э. Парселла ([4], стр. 182) в Берклеевском курсе физики. Выписав наше равенство (1.13), Парселл продолжает: "…мы считает формулу (1.13) определением электрического и магнитного полей в этой точке пространства".

Другими словами, предлагается не силу взаимодействия определять через поля, что было заложено в первоначальной идее формулы, а, считая формулу универсальной, определять поля по замеренной силе. Однако такая попытка встречается с рядом трудностей. Укажем некоторые из них.

1. В одном соотношении (1.13) фигурирует вообще говоря 4 неизвестных переменных. Во-первых, величина и скорость пробного

заряда. Из этой трудности находят выход, предполагая заряд единичным, а его скорость известной.

2. Во-вторых неизвестны поля $\mathbf{E}_2$ и $\mathbf{B}_2$, созданные зарядом q_2.

Парселл пишет: "Мы доказали, что сила, действующая на пробный заряд, совершенно не зависит от его скорости, если остальные заряды неподвижны. Это значит, что уравнение (1.13) справедливо всюду при $\mathbf{B}_2 = 0$".

Но даже если принять это доказательство, что совсем неочевидно, т. к. оно содержит ряд весьма неестественных предположений, так вот, даже если принять это доказательство, в том-то и дело, что равенство (1.13) должно иметь место и в том случае, когда $\mathbf{B}_2 \neq 0$. Ведь тогда и $\mathbf{E}_2$ меняется. Тогда как для справедливости первого слагаемого неподвижность заряда q_2, т. е. условие $\mathbf{B}_2 = 0$, является необходимым условием по мысли самого Парселла. Но, пожалуй, самое главное во всем этом, так это то, что формула (1.13) неуниверсальна. Поэтому, определяя поля с ее помощью, мы теряем ряд важных частных случаев, заложенных в уравнениях Максвелла.

На практике все это приводит к тому, что $\mathbf{E}_2$ понимается как поле статического заряда q_2, т. е. рассматривается частный случай (1.9а), а не общий случай (1.9). Или то же самое по-другому: из выражения для $\mathbf{E}_2$ исключается роторная и сохраняется только дивергентная составляющая. И как нам тогда понимать электрическое поле фотона, который вообще не заряжен?

Таким образом формула Лоренца не может заменить нам уравнений Максвелла, а асимметричные определения, предлагаемые в учебниках, описать электрическое и магнитное поля, которые мы должны были бы получить как решения системы уравнений Максвелла. Поэтому часто стремятся получить представление о силе, манипулируя непосредственно с системой уравнений (1.8)–(1.11), в частности, интегрируя их по объему и поверхностям, содержащим этот объем.

Однако давайте вдумаемся в математический смысл системы (1.8)–(1.11).

Если это уравнения, то относительно чего? Обычно считается, что плотность зарядов и токов известна. Поэтому ответ вроде бы однозначный: это система уравнений относительно $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$. Эти два вектора являются неизвестными. Но для отыскания двух вектор-функций необходимо и достаточно иметь два векторных уравнения (1.9) и (1.11). А в системе (1.8)–(1.11) имеется еще два скалярных уравнения. Так что, значит система переопределена?

Как ни странно, единственная монография, в которой я нашел озадаченность этим фактом – прекрасная монография Л. И. Седова [5] по механике сплошной среды. В остальных известных мне книгах, включая математические, затрагивающие этот вопрос, такой странный факт никого не удивляет. Забегая вперед скажем, что при корректном обобщении системы (1.8)–(1.11) становится совершенно ясно, что уравнениями, т. е. равенствами, справедливыми только при некоторых значениях неизвестных, являются только векторные соотношения (1.9) и (1.11). Равенства же (1.8) и (1.10) просто задают начальные условия для этих зарядов, т. е, являются определениями, или, если угодно, тождествами.

Отметим, что последовательное проведение в жизнь этой точки зрения встречает одну трудность: в правой части дивергентных соотношений должно стоять описание “зарождения заряда” из частиц эфира. Математически это означает, что в правых частях дивергентных равенств должна стоять угловая скорость вращения частиц эфира, создающих заряд. Автор сделал попытку построения такой теории в работах [17] и [37]. Это привело к необходимости описывать поля в терминах функций комплексной переменной. При этом оказалось, что энергия поля одинаково распределена между вещественной и мнимой частями функций. Именно поэтому энергия элементарных частиц равна mc^2, а не $\frac{1}{2}mc^2$. Было получено несколько следствий, касающихся конструкции фотона. Продолжение этих исследований, по-видимому, может привести и к другим полезным результатам. Но это потребует построения совершенно новой теории.

Здесь же мы ограничимся случаем только вещественных функций. Для них возможно и следующее понимание систем (1.8)–(1.11). По известной теореме Гельмгольца всякое поле состоит из двух частей: дивергентной и роторной. Так что скалярные соотношения (1.8), (1.10) задают дивергентную часть функций, а векторные (1.9) и (1.11) – роторную. Уже упоминалось, что здесь возникает чисто математическая проблема: как с помощью скалярных уравнений получить векторную функцию: дивергентную часть поля. В учебниках эта проблема или обходится вообще, или же решается с помощью слов об очевидности результата. Окончательно же получаем, что из скалярного равенства добывают векторное, которое в нуле не определено, хотя дивергенция, т. е. исходное скалярное соотношение, в нуле определено, если воспользоваться первоначальным определением дивергенции как предела соотношения потока поля через малую замкнутую поверхность, окружающую точку, к объему, ограничивающему эту поверхность. Собственно, это одна из главных причин, почему автор считает более естественным рассматривать скалярные соотношения в системе (1.8)–(1.11) как начальные условия для вектор-функций $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$.

Приведем для справок несколько других формул для электромагнитной силы, предложенных в разное время учеными, имена которых закономерно связывают со становлением электродинамики как науки. Все эти формулы определяют силу взаимодействия между токовыми элементами. Чтобы облегчить сравнение этих формул с предлагаемыми в параграфах ниже, запишем их в терминах отдельных зарядов, а не токовых элементов, используя обозначения параграфа 2.

Формула Неймана [11]

$$\mathbf{F}_{21} = +\frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 c^2 r^3}\mathbf{r}_{21}(\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2) \tag{1.16а}$$

Формула Грассмана [12]

$$\mathbf{F}_{21} = -\frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 c^2 r^3}\left[\mathbf{v}_2(\mathbf{r}_{21} \cdot \mathbf{v}_1) - \mathbf{r}_{21}(\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2)\right] \tag{1.16б}$$

Формула Ампера [13]

$$\mathbf{F}_{21} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 c^2 r^5}\left[3(\mathbf{r}_{21}\cdot\mathbf{v}_1)\cdot(\mathbf{r}_{21}\cdot\mathbf{v}_2) - 2(\mathbf{v}_1\cdot\mathbf{v}_2)r^2\right]\mathbf{r}_{21} \qquad (1.16б)$$

Формула Уитакера [14]

$$\mathbf{F}_{21} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 c^2 r^3}\left[\mathbf{v}_1(\mathbf{r}_{21}\cdot\mathbf{v}_2) + \mathbf{v}_2(\mathbf{r}_{21}\cdot\mathbf{v}_1) - \mathbf{r}_{21}(\mathbf{v}_1\cdot\mathbf{v}_2)\right] \qquad (1.16г)$$

Однако вернемся к тому, каким образом и для объяснения каких явлений используется система (1.8)–(1.11). Прежде всего, уравнение (1.9) используется для объяснения индукции. При этом используют обычно интегральную форму

$$\int_L \mathbf{E}dl = -\frac{\partial}{\partial t}\iint_S \mathbf{B}ds \qquad (1.9б)$$

Здесь L – некоторый контур, а S – произвольная поверхность, натянутая на L.

К сожалению, нам придется остановиться и на математической стороне таких интегральных преобразований. Чтобы не перегружать наш разговор отвлекающими деталями, не будем приводить соответствующих формул для пространственных интегралов, их можно найти в любых учебниках по математическому анализу и физике. Остановимся только на вещах, которые обычно остаются за кадром. Дело в том, что при эквивалентных преобразованиях мы, вообще говоря, не имеем права дифференцировать или интегрировать уравнения.

Например, уравнение $2x+1=0$ является производной от уравнения $x^2+x+5=0$. Однако мало кто осмелится сказать, что эти уравнения эквивалентны.

Функциональные уравнения мы имеем право дифференцировать или интегрировать только после того, как подставили в них решение, т. е, обратили их в тождество. Поэтому для перехода от (1.8) к (1.12) нам не нужно никаких дополнительных предположений: это краевое условие, т. е. уже тождество. А вот для перехода от (1.9) к (1.9б) нам нужно предположить, что мы уже имеем тождество, т. е. что в (1.9б) фигурируют уже решения системы (1.8)–(1.11). Для большой ясности $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$ в (1.9б) следовало бы отметить какой-нибудь звездочкой, чтобы подчеркнуть, что это уже некоторые конкретные, известные функции, в отличие от соотношения (1.9) где $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$ – неизвестные функции, которые надо найти.

Все это говорится для того, чтобы подчеркнуть, что $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$ в (1.9б) – некоторые конкретные функции, определяемые данной плотностью зарядов и данной плотностью тока $\mathbf{j}$. То, как на такие поля реагируют другие заряды и другие поля, должно определяться специальной формулой, например, формулой Лоренца или формулой Вебера. Как мы увидим, обе эти формулы недостаточно универсальны, и требуется их обобщить, но в принципе они играют именно эту роль правила, по которому взаимодействуют поля, порожденные двумя различными распределениями зарядов. Однако ввиду того, что эти формулы не охватывают некоторых практически важных случаев, возникла идея использовать тождество (1.9б) для нахождения силы взаимодействия между двумя различными распределениями зарядов, так называемое правило потока.

Само это правило описано во всех учебниках физики, мы не будем тратить на него время. Отметим только, что оно судя по всему, возникло при попытке описания токов, появляющихся в проводящей рамке в случае, когда рамка движется в постоянном магнитном поле или же покоится в переменном. При этом левая часть равенства (1.9б) считается относящейся к зарядам в рамке, а правая часть – к внешним зарядам, создающим внешнее магнитное поле. Повторим еще раз: *такое разделение полей противоречит смыслу равенства (1.9б),* которое просто говорит о тождестве циркуляции электрического поля и производной от потока магнитного поля, созданных *одним и тем же распределением зарядов.*

Но если сила при движении рамки в постоянном магнитном поле хорошо описывалась формулой Лоренца (1.13), то при описании силы, действующей на покоящуюся рамку в переменном магнитном поле, соотношение (1.13) уже не работало, тогда как равенство (1.9б) давало нужный результат при упомянутом выше перепрыгивании через логические барьеры. Экспериментальный факт объяснялся, но чувство неудовлетворенности у вдумчивого исследователя оставалось.

Приведем характерное рассуждение Р. Фейнмана ([6], стр. 53): "Две возможности – "контур движется" или "поле меняется" – неразличимы в формулировке правила. Тем не менее, для объяснения правила в этих двух случаях мы пользовались двумя совершенно разными законами: $\mathbf{v}\times\mathbf{B}$ для "движущегося контура" и $\operatorname{rot}\mathbf{E}=-\partial\mathbf{B}/\partial t$ для "меняющегося поля". Мы не знаем в физике ни одного другого такого примера, когда бы простой и точный общий закон требовал для своего настоящего понимания анализа в терминах двух разных явлений. Обычно столь красивое обобщение оказывается исходящим из единого глубокого основополагающего принципа. Но в этом случае какого-либо особо глубокого принципа не видно. Мы должны воспринимать правило как совместный эффект двух совершенно различных явлений".

Да, явления действительно совершенно различны, тем более, что, например, криволинейный интеграл от электрического поля даже не имеет размерности силы. Почему, однако, соотношение (1.9б) так удачно заполняет "пробелы" формулы Лоренца (1.13)? Как мы увидим ниже, потому что обобщенная формула для силы взаимодействия двух зарядов в случае меняющихся полей приводит к соотношению, очень похожему на (1.9), но только для двух различных распределений зарядов.

Не имея цели специально говорить о векторе Пойнтинга, упомянем о нем, как о примере в некотором смысле симметричной логической ошибки. При выводе формулы для вектора Пойнтинга используется формула Лоренца ([6], стр. 289), которая, как мы уже говорили, трактует вопрос о взаимодействии полей, порожденных двумя различными распределениями зарядов. При выводе же самой формулы эти поля отождествляются. Поэтому использование вектора Пойнтинга и приводит во многих случаях к весьма странным выводам.

Вектор Пойнтинга был выведен для описания вектора плотности потока энергии электромагнитной волны. И там он работает вполне удовлетворительно, потому что связывает электрическое и магнитное поле фотона. Конечно он применим и к полям, созданным отдельным зарядом или совокупностью зарядов. Но он не применим к описанию взаимодействия полей, созданных различными зарядами. Такому описанию будет посвящен §2 и оно, повторимся еще раз, требует отдельной аксиоматики. Поэтому странными кажутся огорчения специалистов, когда они удивляются, что вектор Пойнтинга не описывает, например, статический случай. Он и не может этого описать, потому что умножать кулоново поле нужно не на стороннее магнитное поле, а на поле, созданное тем же зарядом, что создал статическое поле. А оно, понятно, равно нулю. Создать же его может только убежденный релятивист, например, побегав вокруг статического заряда. Однако добиться ненулевого значения для вектора Пойнтинга статического заряда даже такие камлания, боюсь, не смогут. Поэтому неправ Фейнман, когда приходит к выводу ([6], стр. 289), что для проводника с током вектор Пойнтинга направлен извне в провод и предсказывает приток энергии в провод от далеких электронов. А ошибка в том, что при вычислении вектора Пойнтинга он использует электрическое поле, толкающее электроны по проводнику. Но это – внешнее поле, которое не должно входить в выражение для вектора Пойнтинга. В соответствующее произведение должно входить поле самих электронов. В данном случае это поле Кулона, направленное вдоль радиуса от проводника. Поскольку магнитное поле этих электронов действительно направлено по касательной к окружностям, то получаем, что вектор Пойнтинга в данном случае направлен вдоль проводника, как и подсказывает Фейнману его интуиция.

Еще один странный вывод делается из соотношения (1.9б), когда считается, что из него следует "перекачка энергии в световой волне" от электрического поля в магнитное и обратно, чем якобы и поддерживается вращение полевых векторов в световой волне. Приходится заявить, что, если в световой волне такая перекачка и имеет место, она не может следовать из тождества (1.9б), которое должно иметь место во всякий момент времени во всех точках пространства, где $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$ определены.

Еще одна математическая ошибка стала фундаментом для теории запаздывающих потенциалов. Аккуратное изложение всех обстоятельств теории заняло бы слишком много для наших лекций места. Поэтому здесь мы укажем на саму ошибку, предоставив специалистам делать остальные выводы. Теория запаздывающих потенциалов стремится учесть тот факт, что световому сигналу требуется некоторое время, чтобы дойти от источника до приемника, и иногда учет этого времени оказывается существенным. Но уже навскидку ясно, что такой учет оказывается существенным только для каких-то очень быстро меняющихся процессов или же весьма удаленных объектов, хотя и для них не всегда. Теория же запаздывающих потенциалов декларирует существенные результаты для всех случаев. Поэтому сразу встает вопрос: а не ошибочны ли эти рассуждения? Такая ошибка действительно находится. Продемонстрируем это на одном примере из учебника Фейнмана ([6], стр.1 53, уравнения 21.20 и 21.22).

Фейнман рассматривает скорость изменения дипольного момента $\dot{\mathbf{p}}$ не в текущий момент t, а в предшествующий момент $(t-r/c)$, где r – расстояние от источника $r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$, а c – скорость света. Ему далее надо найти производную от $\dot{\mathbf{p}}(t-r/c)$ по пространственной координате y, что он и проделывает следующим образом

$$\frac{\partial}{\partial y}\dot{\mathbf{p}}(t-r/c)=-\frac{y}{cr}\ddot{\mathbf{p}}(t-r/c) \tag{1.17}$$

где $\ddot{\mathbf{p}}$ – производная от $\dot{\mathbf{p}}$ по времени. Но это же неверно. Причем ошибочность видна сразу: человек вычисляет частную производную по пространственной координате, а получает производную по времени. Так могло быть, если бы время было функцией пространственных координат, и мы вычисляли бы полную производную. Правильно же для данного случая будет

$$\frac{\partial}{\partial y}\dot{\mathbf{p}}(t-r/c)=+\frac{y}{r}\frac{\partial}{\partial r}\dot{\mathbf{p}}(t-r/c) \tag{1.18}$$

Ведь при вычислении частной производной все остальные переменные должны быть фиксированы. Это особенно очевидно, если использовать первоначальное определение частной производной.

Зафиксируем момент времени t_0, пространственные координаты x_0 и z_0, тогда частной производной по у от $\dot{\mathbf{p}}$ будет предел отношения:

$$\lim_{\Delta y \to 0} \frac{\dot{\mathbf{p}}(t_0 - \sqrt{x_0^2 + (y + \Delta y)^2 + z_0^2} \big/ c) - \dot{\mathbf{p}}(t_0 - \sqrt{x_0^2 + y^2 + z_0^2} \big/ c)}{\Delta y} \qquad (1.19)$$

Ясно, что никакой производной во времени здесь появиться ну никак не может. Указанная ошибка типична для всех известных исследований по запаздывающим потенциалам. Почему, однако, теория запаздывающих потенциалов работает во многих случаях? Мы ответим: потому что в (1.17) на самом деле вычисляется некоторый суррогат полной производной по времени, а такая производная, как мы увидим, весьма существенна для описания электродинамических явлений. Просто значения функций в запаздывающих пространственных координатах обычно мало отличаются от значений в текущих, так что производная от запаздывающих координат играет роль конвективной производной. Кстати о частной производной по времени в формуле (1.9б).

В ней написана частная производная, потому что так требуется согласно принятым ныне воззрениям, которые мы здесь воспроизводим. При реальном же выводе на самом деле приходится писать производную полную. Мудрый Фейнман выходит из этого затруднения очень просто: кое-где пишет полную, а кое-где частную производную, ничего не поясняя и предоставляя читателю самому додумываться: то ли это опечатка наборщика, а то ли ошибка автора.

Прямолинейный Парселл в своем учебнике [4] делает это более откровенно. Вначале он приходит к своей формуле 29 на стр. 233, которая совпадает с нашей формулой (1.9б), но вместо частной производной по времени у него фигурирует полная. Далее он пишет дословно следующее: "Так как $\mathbf{B}$ может зависеть от положения и от времени, то мы напишем $\dfrac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ вместо $\dfrac{d\mathbf{B}}{dt}$". И все, никаких пояснений больше. Казалось бы наоборот, ведь буквально несколькими строками раньше человек выписывает различные комбинации частных производных по пространственным координатам. Здесь же он предлагает исключить из рассмотрения все эти координаты и оставить только время, которое в предыдущем анализе даже не фигурировало явно, и именно на том основании, что зависимость от координат имеется. К сожалению, это типично: желание подогнать рассуждение под известный заранее ответ, заставляет насиловать логику и не только студентов.

Заканчивая эту историческую часть, следует несколько слов сказать о теории относительности, поскольку в настоящее время она господствует в физике и обсуждаемые нами результаты будут сравниваться с ее предсказаниями. Не будем здесь излагать все довольно невнятные, логически ущербные и парадоксальные соображения, лежащие в основе этой теории.

Я решусь просто высказать свою глубокую убежденность в том, что "король гол" и отметить, что ряд весьма серьезных ученых США, России и других стран указывают на логическую противоречивость этой теории и нарушение фундаментальных законов сохранения в ней. Отметим, что прямые эксперименты по проверке главных предположений теории: сокращении временных и пространственных отрезков в направлении движения, дали отрицательные результаты [7], [8]. Но конечно теория относительности не могла бы существовать так долго, если бы некоторые вещи не прогнозировались ей, хотя бы приблизительно правильно. Здесь, пожалуй, следует напомнить, что птолемеевская астрономия, основанная на идее о семи хрустальных небесных сферах, просуществовала почти два тысячелетия (и известно с каким трудом, неохотой и жертвами она отмирала), конечно же, потому, что многое она прогнозировала правильно. Действительно, уже сказали свое слово Коперник и Галилей, уже были известны три закона Кеплера, а большинство астрономов еще считали по Птолемею. И получали, кстати говоря, лучшие результаты, чем у Кеплера.

Подведем итог исторического обзора.

1. Исторически предлагались и оправдывались в эксперименте существенно не совпадающие друг с другом формулы для электродинамических сил. Выше приводились формулы для силы, предложенные в разное время Ампером, Грассманом, Уитакером и

др. Их обзор можно найти в статье Маринова ([9], стр. 186). Так может быть общая формула для сил будет их объединением в том или ином смысле?

2. Логически неоправданна силовая интерпретация уравнений Максвелла. Поэтому повисают полевые объяснения индукции, повисает "правило потока", само определение поля. По-видимому, поля должны использоваться в формуле для силы, а уже из формулы для силы будут следовать известные факты.
3. Теория вектора Пойнтинга, запаздывающих потенциалов основаны на логических ошибках, неправильных вычислениях или, как в случае с теорией относительности, на невнятных исходных определениях фундаментальных понятий. Однако все они удачно предсказывают некоторые экспериментальные факты. Теория, претендующая на их замену, должна объяснять эти факты, а также ряд других, ныне объясняемых *ad hoc* или же никак не объясняемых.

§2. ЧТО МОЖНО СДЕЛАТЬ?

Как следует нам обращаться
с уравнениями математической физики?
Должны ли мы просто выводить из них все следствия
и рассматривать их как неощущаемые реальности?
Нет, далеко не так. Главным образом
они должны учить нас тому, что можно
и что следует в них изменять.
Только таким образом
мы можем извлечь из них что-то полезное.

А.Пуанкаре

В этом разделе предложим один подход, который, на взгляд автора, преодолевает недостатки современной электродинамики, отмеченные в историческом обзоре

Пусть в трехмерном евклидовом пространстве выбрана декартова правая тройка координат, точки которой будем обозначать через $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$, а время через t. Орты этой системы будем обозначать через $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$. Через q_1, q_2 обозначим электрические заряды, которые для определенности, если не оговорено противное, будем считать равномерно

распределенными в шаре радиуса r_0. Пусть $\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2$, $\mathbf{a}_1$, $\mathbf{a}_2$ – скорости и ускорения этих зарядов, $\mathbf{E}_1$, $\mathbf{E}_2$, $\mathbf{B}_1$, $\mathbf{B}_2$ – напряженности электрических и магнитных полей, порождаемые этими зарядами в окружающем пространстве. Двойной индекс снизу будет означать напряженность поля, создаваемого зарядом, номер которого стоит первым, в местонахождении заряда, номер которого стоит вторым. Например, $\mathbf{E}_{21}$ означает напряженность электрического поля, созданного вторым зарядом в местонахождении первого. Пусть $\mathbf{r}_{21}$ – радиус-вектор от заряда 2 к заряду 1, r – его модуль, $r >> r_0$, а ε_0 – электрическая постоянная.

Обобщенная формула Лоренца. Со стороны заряда 2 на заряд 1 действует сила:

$$\mathbf{F}_{21} = -\mathrm{grad}\left[4\pi\varepsilon_0 c r^3 (\mathbf{B}_{12} \cdot \mathbf{E}_{21})\right] + \frac{d}{dt}\left[4\pi\varepsilon_0 c r^3 (\mathbf{B}_{12} \cdot \mathbf{B}_{21})\right] \qquad (2.1)$$

Здесь, как и всюду ниже, $c = c_0[\mathbf{i} \times \mathbf{j}] \cdot \mathbf{k}$, где c_0 – скорость света. Эту величину будем называть псевдоскалярной скоростью света.

В современной физике используются два представления о силе: идущее от Ньютона и Декарта представление как о производной от импульса и идущее от Гюйгенса и Лейбница представление как о градиенте энергии. В настоящее время считается, что эти определения эквивалентны. И это действительно так, если иметь ввиду движение отдельного тела постоянной массы, как это было, например, в обсуждавшемся выше примере со вторым законом Ньютона. Мы пришли тогда к заключению, что это не может быть законом, а скорее определением силы. Теперь мы вынуждены заявить, что такое определение силы неудовлетворительно по ряду причин.

Одна из них следующая: само понятие силы включает в себя идею взаимодействия как минимум между двумя объектами. Мы не сможем описать столкновение двух автомобилей, ограничившись характеристиками движения одного из них. Поэтому определения силы в статическом законе гравитации, где взаимодействуют две массы, или же в законе Кулона, где взаимодействуют два заряда, мы должны расценить как естественные и понятные. По этой же причине определение силы с помощью второго закона Ньютона мы должны признать неудовлетворительным. Возможно, сам Ньютон это чувствовал, и поэтому добавил ко второму закону третий, включающий два объекта.

Смысл формулы (2.1) следующий. Каждый из зарядов движется в окружающем пространстве (эфире), создавая поля. Каждое из этих полей зависит от величины заряда, его скорости и радиус-вектора. Аналитический вид этих полей, как мы считаем, может быть получен в виде решений некоторой системы уравнений (например, системы Максвелла). Мы конструируем энергию и импульс взаимодействия в виде некоторой комбинации полей, порожденных движением каждого из зарядов. Такая комбинация зависит уже от величин двух зарядов, от скоростей этих зарядов и расстояния между ними (разности их радиус-векторов).

Градиент энергии взаимодействия дает нам силу взаимодействия по Гюйгенсу, а полная производная по времени от импульса взаимодействия – силу взаимодействия по Ньютону, уже включающую в себя его третий закон. Последнее утверждение более подробно разбирается в §10.

Однако силы Гюйгенса и Ньютона, полученные таким образом, оказываются не совпадающими и описывают два разных типа взаимодействия между зарядами.

Формула (2.1) объединяет эти два подхода. Скалярное произведение магнитного поля первого (пассивного) заряда и электрического поля второго (активного) заряда определяет плотность энергии взаимодействия. Она фигурирует под знаком градиента в (2.1). Векторное произведение магнитных полей, порожденных движением первого и второго зарядов, задают импульс взаимодействия, вид которого выписан в квадратных скобках под знаком полной производной по времени.

Чтобы реализовать предложенный подход, нам нужна некоторая система уравнений, из которой мы бы смогли получить аналитический вид полей для подстановки в формулу для силы (2.1). В традиционной электродинамике такой системой является система Максвелла. Нам ее, однако, придется модифицировать, чтобы согласовать с формулой (2.1).

Обобщенные уравнения Максвелла. Электрический заряд q, распределенный в пространстве с плотностью ρ, порождает напряженности электрического и магнитного полей, являющиеся решением следующей системы уравнений:

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \tag{2.2}$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{d\mathbf{B}}{dt} \tag{2.3}$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = -\frac{\rho}{c\varepsilon_0} \tag{2.4}$$

$$c^2 \operatorname{rot} \mathbf{B} = \frac{d\mathbf{E}}{dt} \tag{2.5}$$

Пояснение этих уравнений начнем с (2.5).

$$\frac{d\mathbf{E}}{dt} = (\mathbf{v} \cdot \operatorname{grad})\mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \tag{2.6}$$

где $\mathbf{v}$ – скорость движения зарядов. Будем в дальнейшем считать, что скорость не зависит от пространственных координат, а является функцией только времени. Первое слагаемое справа в (2.6) обобщает понятие тока в классической теории и сводится к нему, если $\mathbf{E}$ удовлетворяет некоторым дополнительным требованиям. Действительно, с учетом (2.2)

$$(\mathbf{v} \cdot \operatorname{grad})\mathbf{E} = \mathbf{v} \operatorname{div} \mathbf{E} + \operatorname{rot}(\mathbf{E} \times \mathbf{v}) = \frac{\mathbf{j}}{\varepsilon_0} + \operatorname{rot}(\mathbf{E} \times \mathbf{v}) \tag{2.6a}$$

где $\mathbf{j}$ – плотность тока, $\mathbf{j} = \rho\mathbf{v}$.

Таким образом, правая часть равенства (2.5) помимо классических содержит некоторое роторное слагаемое, проявляющееся, например, в создании силовых линий, не охватывающих токов или циркуляции магнитного поля у незаряженного фотона.

Соотношение (2.4) означает, что в уравнениях (2.2)–(2.5) обобщается понятие магнитного поля. Магнитное поле $\mathbf{B}$, являющееся решением уравнений (2.3)–(2.5), имеет не только роторную, но и дивергентную составляющую.

Дивергентную составляющую поля $\mathbf{B}$ создает псевдоскалярный электрический заряд (электрический заряд в классическом смысле, деленный на псевдоскалярную скорость света). При этом $\mathbf{B}$ оказывается псевдовектором, как и в классической теории.

Правая часть равенства (2.4) должна быть псевдоскаляром по чисто математическим соображениям. Но каков физический смысл у этого требования?

В Приложении 1 будет показано, что диэлектрическая постоянная ε_0 имеет смысл массовой плотности, а магнитная постоянная μ_0 – сжимаемости свободного эфира. Будем говорить поэтому не только о скорости света, но о всем множителе $\frac{1}{\varepsilon_0 c}$, т. е об импедансе свободного эфира. Из соотношения $c^2 = \frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0}$ мы вместо $\frac{1}{\varepsilon_0 c}$ можем написать $\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$. Так что дивергенция магнитного поля прямо пропорциональна импедансу свободного эфира, в отличие от дивергенции электрического поля, которая обратно пропорциональна ε_0 и не зависит от μ_0. Псевдоскалярность коэффициента $\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$ означает, что, извлекая корень, мы должны в правой части равенства (2.4) выбирать знак минус, если пользуемся правой тройкой координат, и знак плюс в противном случае.

Единственное объяснение этому состоит, по-видимому, в том, что при распространении магнитного поля проявляется поляризация эфира, состоящая в неравноправности левого и правого вращения при движении магнитного поля. А вот на движении электрического поля эта поляризация не сказывается.

Тем не менее, правую часть равенства (2.4) можно рассматривать просто как "другую ипостась электрического заряда" и не вводить новых понятий. При желании, однако, ее можно понимать и как "магнитный заряд". Но, введенный таким образом, он не совпадает с "монополем Дирака". Укажем некоторые из отличий.

1. Введенный "магнитный заряд" – псевдоскаляр, т. е. его знак меняется при переходе от правой тройки координат к левой.
2. Он в c раз меньше электрического заряда, тем самым его размерность отличается от размерности электрического заряда на размерность скорости.
3. Наконец, из формулы (2.1) следует, что между двумя статическими "магнитными зарядами" отсутствует взаимодействие, т. е. для них отсутствует сила, аналогичная кулоновской.

Дело в том, что второе слагаемое в формуле (2.1), отвечающее за взаимодействие магнитных полей, равно нулю, если ни одно из магнитных полей не изменяется во времени (закон сохранения импульса).

Хотелось бы подчеркнуть этот пункт, потому что "традиционный физический менталитет" не различает поле и силу, и повторить, пожалуй, главную мысль предлагаемого подхода: уравнения Максвелла сами по себе еще не определяют взаимодействие полей и зарядов. Такое взаимодействие описывается дополнительной формулой.
Расписывая полную производную от **B** по t, получим:

$$\frac{d\mathbf{B}}{dt} = (\mathbf{v} \cdot \mathrm{grad})\mathbf{B} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \tag{2.7}$$

Таким образом, соотношение (2.3), в отличие от классического, включает в себя конвективную производную от $\mathbf{B}$, задаваемую движением электрических (а, следовательно, и магнитных) зарядов со скоростью $\mathbf{v}$. Заметим, что именно с таким движением классическая теория связывает появление магнитного поля, однако не включает это порождающее движение зарядов в уравнение (2.3). Уравнение (2.2) совпадает с классическим.

E и **B** в уравнениях (2.2)–(2.5) можно определить и через потенциалы.

Пусть $\mathbf{A}$ - векторный, а φ - скалярный потенциалы электрического поля, удовлетворяющие уравнениям:

$$\mathrm{div\,grad}\,\mathbf{A} - \frac{1}{c^2}\frac{d^2\mathbf{A}}{dt^2} = 0 \tag{2.8}$$

$$\mathrm{div\,grad}\,\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} \tag{2.9}$$

Примем следующие соотношения калибровки:

$$\mathrm{div}\,\mathbf{A} = -\frac{1}{c^2}\frac{d\varphi}{dt} = 0 \tag{2.10}$$

(2.10) означает, что $\mathbf{A}$ является ротором некоторой функции, а φ не зависит от времени. Если φ представить себе как плотность некоторой "электрической жидкости", и $\mathbf{A}$ при этом определяет скорость движения этой жидкости, то первое из соотношений (2.10) оказывается уравнением непрерывности для φ, а второе – условием несжимаемости для φ.

Если теперь положим

$$\mathbf{B} = +\operatorname{grad}\varphi / c + \operatorname{rot}\mathbf{A} \qquad (2.11)$$

$$\mathbf{E} = -\operatorname{grad}\varphi - d\mathbf{A}/dt \qquad (2.12)$$

то уравнения (2.8)–(2.10) перейдут в уравнения (2.2)–(2.5).

Теперь нам придется заняться вопросом, которому современная физика придает большое значение: об инвариантности системы (2.2)–(2.5) относительно преобразований Галилея и Лоренца.

Преобразования Галилея выглядят следующим образом

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r} - \mathbf{u}t,\ t' = t \qquad (2.13)$$

где $\mathbf{r}$ – радиус-вектор из начала координат в точку наблюдения, t – время, $\mathbf{r}'$ и t' – радиус-вектор и время наблюдения той же точки, однако в системе, сдвинутой из первоначального состояния за счет движения со скоростью $\mathbf{u}$.

За счет чего такой сдвиг может произойти? Типичным случаем в гидродинамике является случай движения среды: раньше мы наблюдали частичку воды в озере (в неподвижной среде), а теперь стремимся получить ту же картину в реке, где вода движется со скоростью $\mathbf{u}$. Мы можем наблюдать не за водой, а например, за песчинками, которые эта вода несет. Тогда $\mathbf{u}$ будет скоростью относительно берега песчинок в воде, а не скоростью течения воды.

Как гидродинамика учитывает эти вещи? Когда описание движения происходит в эйлеровых координатах, что имеет место и в электродинамике, вместо частной производной по времени вычисляют полную производную, вид которой дается равенством (2.6). Скорости $\mathbf{v}$ здесь мы приписали смысл скорости зарядов в неподвижной среде (эфире). А что, если движется и сам эфир со скоростью $\mathbf{u}$? Тогда заряд будет двигаться со скоростью $\mathbf{v}+\mathbf{u}$.

Приблизительно лет за 10 до того, как Лоренц предложил свои преобразования в электродинамике, Фогт [26] предложил математически те же самые преобразования в гидродинамике.

Вернемся к описанию движения воды в реке. Вместо того, чтобы вычислять полную производную по времени, Фогт предлагает перейти к новой системе отсчета, связанной не с берегом, а с течением воды в реке. Действительно, если мы будем делать замеры с плота, движущегося со скоростью воды в реке, мы можем ограничиться только частной производной. Понятно, что сказанное в той же степени относится и к движению песчинок : в воде озера у них будет скорость $\mathbf{v}$ относительно воды и берега, а в реке скорость $\mathbf{v}+\mathbf{u}$ относительно берега и $\mathbf{v}$ относительно воды.

Но что будет видеть наблюдатель на берегу? А то, что так подробно комментируется в учебниках физики, когда речь идет о преобразованиях Лоренца: ему будет казаться, что размеры предметов в движущейся системе координат сжимаются в направлении движения, а время замедляется. Конечно, ни одному гидродинамику в трезвом уме и твердой памяти не придет в голову, что люди, сидящие на плоту, похудели, а момент их смерти отодвинулся. Ясно, что это “математический мираж”.

Специалистам по электродинамике, однако, такая идея не только не кажется безумной, но они объявляют безумными тех, кто с ней не согласен. Спаси, Господи, их разум.

Поэтому вернемся к уравнениям электродинамики. Система (1.8)–(1.11) относительно преобразований Галилея (2.13) не инвариантна. Все известные автору учебники физики этот факт декларируют, но, ни один не поясняет его. Поэтому скажем пару поясняющих слов.

Во времена Максвелла магнитное поле связывали только с движением электрических зарядов. По-видимому, только из чисто математических соображений Максвелл ввел частную производную по времени в правую часть уравнения (1.11). Движение зарядов же вводилось “руками” из экспериментальных соображений. Связь такого движения с конвективной частью полной производной не была осознана. В уравнении же (1.9) никакого тока вообще не вводилось, поскольку чего-то, что можно было истолковать как магнитный заряд, в экспериментах того времени не наблюдалось. Существование таких зарядов вообще отрицалось, что и нашло отражение в соотношениях (1.9) и (1.10).

Неудачная попытка Дирака ввести такие заряды окончательно похоронила эту идею.

Подводя итог, можно сказать, что Максвелл вывел свои уравнения для неподвижного эфира, введя в них электрические токи “силовым образом”. Поэтому, когда были проведены эксперименты, которые можно было истолковать как движение эфира, встал вопрос об обобщении уравнений Максвелла. Впервые об этом задумался Герц, введя в уравнения полную производную вместо частной. Заметим, что необходимость полной производной он ассоциировал только с движением эфира. Поэтому ему пришлось предполагать некоторые свойства эфира. В частности, он предполагал, что любое движение эфира должно приводить к электродинамическим явлениям, ведь тогда эфир связывали только с электродинамикой и даже называли его “светоносным”: средой, в которой распространяется свет. Только теперь мы начинаем понимать, что эфир определяет большинство грави- и термодинамических явлений также.

Этой идее, однако, не повезло. Вскоре после ранней смерти Герца Эйхенвальд [27],[28],[29] поставил опыт, который, как он считал, показал, что эфир не движется, из чего он сделал вывод в пользу теории неподвижного эфира Лоренца. К самим опытам Эйхенвальда мы вернемся в §8, здесь же только отметим, что те соображения, которые мы выскажем там, по-видимому, мог бы высказать и сам Герц, но ранняя смерть помешала ему оправдаться, и повторим уже сказанное выше: полные производные полезны нам не только как способ описания движущегося эфира, они нам нужны, потому что естественно вводят в рассмотрение ток проводимости и новый вихревой ток, существующий и в неподвижном эфире. Также мы увидим, что вихревой ток дает нам возможность объяснить многие ошибки и нелогичности современной электродинамики.

Но, так или иначе, идея о полных производных в уравнениях Максвелла была похоронена и восторжествовал релятивистский подход. Выражаясь гидродинамически, вместо конвективной части полной производной движение частиц в среде и самой среды стали учитывать методом Фогта: переходом к движущейся системе координат. Сказанное дает нам возможность перейти к математической стороне дела. Сделаем это следуя Фиппсу [25].

Система (1.8)–(1.11) неинвариантна по Галилею потому, что частная производная по времени в соотношении (2.13) не сохраняет $\mathbf{r}$ и $\mathbf{r}'$, но сохраняет скорость $\mathbf{u}$. Поэтому для движущейся среды невозможно добиться равенства в соотношениях (1.9) и (1.11), и требуется применять метод Фогта-Лоренца, который и дает нужный результат, так сказать, “доставая левое ухо правой рукой”.

Покажем, что система (2.2)-(2.5) инвариантна по Галилею (и, конечно же, неинвариантна по Лоренцу). Прежде всего, чтобы не забыть, отметим, что система (2.2)–(2.5) нелинейна, так что для нее, вообще говоря, не выполняется принцип суперпозиции. Однако мы не будем углубляться в этот вопрос, отложив его до отдельного разговора. Перейдем к математическим выкладкам.

Электрическое и магнитное поля

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}(x_1, x_2, x_3, t) \tag{2.14}$$

и

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}(x_1, x_2, x_3, t) \tag{2.15}$$

являются функциями пространственных координат и времени.

Посмотрим, как связаны штрихованная и нештрихованная системы, если выполняется соотношение (2.13). Мы хотим показать, что

$$\mathrm{grad}' = \mathrm{grad}, \ \frac{\partial}{\partial t'} = \frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \mathrm{grad}) \tag{2.16}$$

Действительно, по правилу вычисления полной производной имеем

$$\frac{d}{dx_1} = \frac{dx_1'}{dx_1}\frac{d}{dx_1'} + \frac{dx_2'}{dx_1}\frac{d}{dx_2'} + \frac{dx_3'}{dx_1}\frac{d}{dx_3'} + \frac{dt'}{dx_1}\frac{d}{dt'} = \frac{d}{dx_1'} \tag{2.16a}$$

Повторяя процедуру для остальных координат, получим

$$\mathrm{grad}' = \mathrm{grad} \tag{2.17}$$

если выполняется (2.13).

Аналогично поскольку $x_1' = x_1 - u_{x_1} t$, $\frac{\partial x_1'}{\partial t} = -\mathbf{u}_{x_1}$ и т. д., получим

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t'} - (\mathbf{u} \cdot \mathrm{grad}') = \frac{\partial}{\partial t'} - (\mathbf{u} \cdot \mathrm{grad}) \tag{2.18}$$

Традиционная система Максвелла (1.8)–(1.11) не инвариантна по Галилею потому, что дополнительное слагаемое $(\mathbf{u} \cdot \mathrm{grad})$ появляется в правой части равенства (1.9), когда мы переходим к другой инерциальной системе, движущейся со скоростью $\mathbf{u}$ относительно исходной, и это слагаемое не компенсируется в левой части (1.9). В современной физике проблему решили с помощью преобразований Лоренца (Фогта).

Однако в системе (2.2)–(2.5) эта проблема решается автоматически: слагаемое $-(\mathbf{u} \cdot \mathrm{grad})$ взаимно уничтожается со слагаемым $+(\mathbf{u} \cdot \mathrm{grad})$, появляющимся в конвективной части полной производной по времени

$$\frac{d\mathbf{E}}{dt} = ((\mathbf{u} + \mathbf{v}) \cdot \mathrm{grad})\mathbf{E} - (\mathbf{u} \cdot \mathrm{grad})E + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = (\mathbf{v} \cdot \mathrm{grad})\mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \tag{2.19}$$

Слагаемые за счет движения среды взаимно уничтожились, а скорость зарядов $\mathbf{v}$ относительно покоящейся среды сохранилась.

§3. РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА

В предлагаемой формализации уравнения (2.2)–(2.5) задают в дифференциальной форме напряженности полей $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$, порождаемые движущимся зарядом. Именно эти поля нам требуются, чтобы воспользоваться формулой (2.1).

С математической точки зрения система уравнений (2.2)–(2.5) распадается на две группы: уравнения (2.3) и (2.5) задают поля $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$, являющиеся их решениями; уравнения же (2.2) и (2.4) определяют начальные условия. Полученные таким образом функции $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$ определяют статическую часть напряженности полного поля, динамическая часть которого задается уравнением (2.3) и (2.5).

Отметим следующее: из уравнений (2.2) и (2.5) следует, что если $\mathbf{v}$ не зависит от пространственных координат, то

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial\rho}{\partial t} + (\mathbf{v}\cdot\mathrm{grad})\rho = 0 \tag{3.1}$$

Это соотношение можно истолковать как усиленный закон сохранения заряда: заряд не только сохраняется, но и ведет себя как несжимаемая жидкость. Рассмотрим случай, когда ρ не зависит явно от t, т. е. когда

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} = 0 \tag{3.2}$$

Тогда из (3.1) в силу произвольности $\mathbf{v}$ получим:

$$\mathrm{grad}\,\rho = 0 \tag{3.3}$$

Заряды, равномерно распределенные в шаре радиуса $r_0 \ll r$, очевидно удовлетворяют требованиям (3.2) и (3.3). Относительно $\mathbf{v}$ будем предполагать, что она не зависит явно от пространственных координат и является функцией только времени t.

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}(t) \tag{3.4}$$

При условиях (3.1)–(3.4) можно указать одно частное решение системы (2.2)–(2.5).

$$\mathbf{E} = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left[-\frac{(\mathbf{r}\times\mathbf{v})}{c}+\mathbf{r}\right] \tag{3.5}$$

$$\mathbf{B} = -\frac{\rho}{3\varepsilon_0 c}\left[\frac{(\mathbf{r}\times\mathbf{v})}{c}+\mathbf{r}\right] \tag{3.6}$$

где $\mathbf{r}$ – радиус-вектор от заряда в точку наблюдения. Прямой подстановкой проверим, что (3.5) и (3.6) действительно являются решениями модифицированных уравнений Максвелла (2.2)–(2.5):

$$\operatorname{div}\mathbf{E} = \frac{\operatorname{grad}\rho}{3\varepsilon_0}\left[-\frac{(\mathbf{r}\times\mathbf{v})}{c}+\mathbf{r}\right]+\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\operatorname{div}\left[-\frac{(\mathbf{r}\times\mathbf{v})}{c}+\mathbf{r}\right]=\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

Аналогично, $\operatorname{div}\mathbf{B} = -\dfrac{\rho}{\varepsilon_0 c}$

Вычислим теперь левые и правые части равенства (2.3).

$$\varepsilon_0\frac{d}{dt}\mathbf{B} = \frac{1}{3}\frac{d\rho}{dt}\left[\frac{\mathbf{r}\times\mathbf{v}}{c^2}+\frac{\mathbf{r}}{c}\right]+\frac{\rho}{3c}\left[\frac{\mathbf{v}\times\mathbf{v}}{c}+\frac{\mathbf{r}\times\mathbf{a}}{c}+\mathbf{v}\right]=$$
$$=-\frac{\rho}{3c}\left[\frac{\mathbf{r}\times\mathbf{a}}{c}+\mathbf{v}\right]$$

В дальнейшем будем рассматривать случай, когда первое слагаемое справа после последнего знака равенства равно нулю, т.е. мы считаем, что или радиус – вектор перпендикулярен ускорению $\mathbf{a}$, или же $\mathbf{a}$ равно нулю, т. е. скорость постоянна. Окончательно получаем

$$\frac{d}{dt}\mathbf{B} = -\frac{\rho\mathbf{v}}{3c\varepsilon_0}$$

С другой стороны,

$$\varepsilon_0\operatorname{rot}\mathbf{E} = \frac{1}{2}\left\{\operatorname{grad}\frac{\rho}{3}\times\left[-\frac{\mathbf{r}\times\mathbf{v}}{c}+\mathbf{r}\right]+\right.$$
$$\left.+\frac{\rho}{3c}\left[-(\mathbf{v}\cdot\operatorname{grad})\mathbf{r}+(\mathbf{r}\cdot\operatorname{grad})\mathbf{v}-(\operatorname{div}\mathbf{v})\mathbf{r}+(\operatorname{div}\mathbf{r})\mathbf{v}\right]\right\}=+\frac{\rho\mathbf{v}}{3c}$$

Аналогично проверяется равенство (2.5).

Здесь мы приняли определение вихря как одной второй соответствующих комбинаций производных. Такое определение дано в Математической энциклопедии [34]. Если же исходить из тоже часто используемого определения без одной второй, то при векторных произведениях в функциях (3.5) и (3.6) появится коэффициент $\frac{1}{2}$. До сих пор автор не столкнулся с такой необходимостью, т. е. формулы (3.5) и (3.6) работают вполне нормально.

§4. ОКОНЧАТЕЛЬНОЕ СООТНОШЕНИЕ

Выпишем теперь в явном виде слагаемые, входящие в формулу (2.1):

$$\mathbf{B}_{12} = -\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^3 c}\left[\frac{\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{v}_1}{c} + \mathbf{r}_{12}\right] = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^3 c}\left[\frac{\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{v}_1}{c} + \mathbf{r}_{12}\right]$$

$$\mathbf{E}_{21} = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\left[-\frac{\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{v}_2}{c} + \mathbf{r}_{21}\right]$$

Найдем градиент скалярного произведения этих полей, беря соответствующие производные по координатам пассивного поля 1.

$$-\mathbf{B}_{12}\cdot\mathbf{E}_{21} = \frac{q_1 q_2}{16\pi^2\varepsilon_0^2 r^6 c}\left[\frac{(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{v}_1)\cdot(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{v}_2)}{c^2} - r^2\right]$$

$$-\operatorname{grad}\left[4\pi\varepsilon_0 r^3 c(\mathbf{B}_{12}\cdot\mathbf{E}_{21})\right] = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\times$$
$$\times\left[\mathbf{r}_{21} - \frac{3\mathbf{r}_{21}\left((\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{v}_1)\cdot(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{v}_2)\right)}{r^2c^2} + \frac{\mathbf{v}_1\times(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{v}_2) + \mathbf{v}_2\times(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{v}_1)}{c^2}\right]$$

Найдем теперь второе слагаемое в (1.1)

$$\mathbf{B}_{12} = -\frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^3 c}\left[\frac{\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{v}_2}{c} + \mathbf{r}_{21}\right]$$

$$\mathbf{B}_{12} = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^3 c}\left[\frac{\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{v}_1}{c} + \mathbf{r}_{21}\right]$$

$$4\pi\varepsilon_0 r^3 c(\mathbf{B}_{12}\times\mathbf{B}_{21}) = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^3 c}\left[\frac{(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{v}_2)\times(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{v}_1)}{c^2} + \mathbf{r}_{21}\times\frac{\mathbf{r}_{21}\times(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)}{c}\right]$$

Производные от радиуса-вектора

$$\frac{d\mathbf{r}_{21}}{dt} = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2,\ \frac{d^2\mathbf{r}_{21}}{dt^2} = \mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_2$$

Если время запаздывания сигнала несущественно по условиям задачи, то производные вычисляются в один и тот же момент времени t.

Если же это существенно, то скорость и ускорение активного заряда вычисляется в предшествующий момент времени $\tau = t - \frac{r}{c_0}$.

Второе слагаемое в (1.1) будет выглядеть следующим образом:

1. $\frac{d}{dt}\left[4\pi\varepsilon_0 r^3 c\left(\mathbf{B}_{12}\times\mathbf{B}_{21}\right)\right]=$

$$= \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^3 c^2}\left\{-\left[(\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2)\times\left(\mathbf{r}_{21}\times(\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2)\right)\right]-\right.$$

$$-\frac{3\mathbf{r}_{21}\cdot(\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2)}{\mathbf{r}^2}\left[\mathbf{r}_{21}\times\left(\mathbf{r}_{21}\times(\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2)\right)\right]+$$

$$+\mathbf{r}_{21}\times\left[\mathbf{r}_{21}\times(\mathbf{a}_1-\mathbf{a}_2)\right]+\frac{(\mathbf{v}_1\times\mathbf{v}_2)\times\left[(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{v}_1)-(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{v}_2)\right]}{c}+$$

$$+\frac{\left[(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{v}_2)\times(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{a}_1)-(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{v}_1)\times(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{a}_2)\right]}{c}-$$

$$\left.-\frac{3\mathbf{r}_{21}\cdot(\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2)\cdot\left[(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{v}_2)\times(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{v}_1)\right]}{r^2 c}\right\}$$

Окончательно получим: сила, с которой второй заряд действует на первый, имеет вид:

$$\begin{aligned}
\mathbf{F}_{21} = {} & \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\mathbf{r}_{21} + \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^3 c^2}\left\{\left[\mathbf{v}_1\times(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{v}_2)+\mathbf{v}_2\times(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{v}_1)-\right.\right. \\
& \left.-\frac{3\mathbf{r}_{21}}{r^2}\left((\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{v}_1)\cdot(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{v}_2)\right)\right]+\left[(\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2)\times\left(\mathbf{r}_{21}\times(\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2)\right)\right]- \\
& -\frac{3\mathbf{r}_{21}\cdot(\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2)}{r^2}\cdot\left[\mathbf{r}_{21}\times\left(\mathbf{r}_{21}\times(\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2)\right)\right]+\left[\mathbf{r}_{21}\times\left(\mathbf{r}_{21}\times(\mathbf{a}_1-\mathbf{a}_2)\right)\right]+ \\
& +\frac{(\mathbf{v}_1\times\mathbf{v}_2)\times\left[(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{v}_1)-(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{v}_2)\right]}{c}+ \\
& +\frac{\left[(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{v}_2)\times(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{a}_1)-(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{v}_1)\times(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{a}_2)\right]}{c} \\
& \left.-\frac{3\mathbf{r}_{21}\cdot(\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2)\cdot\left[(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{v}_1)\times(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{v}_2)\right]}{r^2 c}\right\}
\end{aligned} \tag{4.1}$$

Расписывая двойные векторные произведения, получим другое выражение для этой же силы:

$$\mathbf{F}_{21}=\frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\mathbf{r}_{21}+\frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^3c^2}\cdot$$
$$\cdot\Bigg\{\left[\mathbf{r}_{21}(\mathbf{v}_1\cdot\mathbf{v}_2)-\mathbf{v}_1(\mathbf{r}_{21}\cdot\mathbf{v}_2)-\mathbf{v}_2(\mathbf{r}_{21}\cdot\mathbf{v}_1)+\frac{3\mathbf{r}_{21}}{r^2}\cdot\left((\mathbf{r}_{21}\cdot\mathbf{v}_1)\cdot(\mathbf{r}_{21}\cdot\mathbf{v}_2)\right)\right]+$$
$$+\left[\mathbf{r}_{21}(\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2)^2-(\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2)\cdot(\mathbf{r}_{21}\cdot(\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2))\right]-$$
$$-\frac{3\mathbf{r}_{21}(\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2)}{r^2}\cdot\left[\mathbf{r}_{21}(\mathbf{r}_{21}\cdot(\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2))-(\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2)r^2\right]+ \tag{4.2}$$
$$+\left[\mathbf{r}_{21}(\mathbf{r}_{21}\cdot(\mathbf{a}_1-\mathbf{a}_2))-(\mathbf{a}_1-\mathbf{a}_2)\mathbf{r}^2\right]+\frac{(\mathbf{v}_2-\mathbf{v}_1)\cdot(\mathbf{r}_{21}\cdot(\mathbf{v}_1\times\mathbf{v}_2))}{c}+$$
$$+\frac{\mathbf{r}_{21}\left[(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{v}_2)\cdot\mathbf{a}_1-(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{v}_1)\cdot\mathbf{a}_2\right]}{c}+\frac{3\mathbf{r}_{21}\left[\mathbf{r}_{21}\cdot(\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2)\right]\cdot\left[\mathbf{r}_{21}\cdot(\mathbf{v}_1\times\mathbf{v}_2)\right]}{r^2c}\Bigg\}$$

Выведем еще один вид формулы (4.2), введя явным образом углы между векторами. Пусть

θ_1 – угол между $\mathbf{r}_{21}$ и $\mathbf{v}_1$

θ_2 – угол между $\mathbf{r}_{21}$ и $\mathbf{v}_2$

θ_3 – угол между $\mathbf{v}_1$ и $\mathbf{v}_1$

θ_4 – угол между $\mathbf{r}_{21}$ и $(\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2)$

θ_5 – угол между $\mathbf{r}_{21}$ и $(\mathbf{a}_1-\mathbf{a}_2)$

θ_6 – угол между $\mathbf{r}_{21}$ и $(\mathbf{v}_1\times\mathbf{v}_2)$

θ_7 – угол между $(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{v}_2)$ и $\mathbf{a}_1$

θ_8 – угол между $(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{v}_1)$ и $\mathbf{a}_2$

Тогда формула (4.2) принимает вид:

$$\mathbf{F}_{21} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\mathbf{r}_{21} + \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^3 c^2}\cdot$$
$$\begin{aligned}
&\cdot\Big\{-\left[\mathbf{v}_2\mathbf{v}_1 r\cos\theta_1 + \mathbf{v}_1\mathbf{v}_2 r\cos\theta_2 + \mathbf{r}_{21}\mathbf{v}_1\mathbf{v}_2\left(\cos\theta_2 + 3\cos\theta_1\cos\theta_2\right)\right] + \\
&+\left[\mathbf{r}_{21}(\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2)^2\left(1-3\cos^2\theta_4\right) + 2(\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2)r|\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2|\cos\theta_4\right] + \\
&+\left[\mathbf{r}_{21}r|\mathbf{a}_1-\mathbf{a}_2|\cos\theta_5 - (\mathbf{a}_1-\mathbf{a}_2)\mathbf{r}^2\right] + \frac{(\mathbf{v}_2-\mathbf{v}_1)r\mathbf{v}_1\mathbf{v}_2\cos\theta_6\sin\theta_3}{c} + \\
&+\frac{\mathbf{r}_{21}\cdot\left[r\mathbf{a}_1\mathbf{v}_2\sin\theta_2\cos\theta_7 - r\mathbf{a}_2\mathbf{v}_1\sin\theta_1\cos\theta_8\right]}{c} + \\
&+\frac{3\mathbf{r}_{21}\cdot\left[(\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2)\cdot(\mathbf{v}_1\times\mathbf{v}_2)\right]\cos\theta_4\cos\theta_6}{c}\Big\}
\end{aligned}\tag{4.3}$$

Сравнение формулы (4.2) с формулами Неймана, Грассмана, Ампера и Уитакера, приведенными в параграфе 1, показывает, что все они являются ее частными случаями, более того, все они задают отдельные слагаемые в первых квадратных скобках формулы (4.2). Действительно, (1.16а) задает первое слагаемое, (1.16б) – первое и третье, (1.16в) – первое (увеличенное, правда, вдвое) и четвертое, (1.16г) – первое, второе и третье. Отметим, наконец, что формула Грассмана (1.16б) проинтегрированная по токонесущему контуру, даст в точности формулу Лоренца (1.16). То, что все указанные авторы ограничивались слагаемыми из первых квадратных скобок, исторически понятно: они экспериментировали с нейтральными токами, для которых, как будет показано ниже, вторая квадратная скобка в (4.2) равна нулю.

А вот Вебер каким-то образом пришел к слагаемым из второй и третьей квадратных скобок в (4.2). Возможно, он экспериментировал именно с заряженными токами, но его формула (1.7) совпадает с радиальными слагаемыми второй и третьей скобок в (4.3), получившихся из второй, третьей и четвертой скобок (4.2).

Рассмотрим физический смысл полученных формул.

Пояснение проведем на примере соотношения (4.3), как более компактном. Вернемся к выражениям для напряженностей электрических и магнитных полей (п.п. 1, 2, 5, 6 этого параграфа).

Вторые слагаемые в их правых частях задают статическую компоненту и проявляются, только если заряды "голы". Первые же слагаемые задают динамическую компоненту и проявляются не только для "голых", заряженных токов, но и для токов в нейтральных проводниках. Такие токи будем называть нейтральными. При перемножении и вычислении производных (п.п. 3, 4, 7, 8) это свойство наследуется в формуле для силы. Поэтому, например, первое слагаемое в формуле (4.3), полученное в результате перемножения статических компонент напряженностей $\mathbf{B}_{21}$ и $\mathbf{E}_{21}$, будет проявляться только между заряженными телами (кулонова сила). А вот силы, задаваемые произведением динамических компонент **B**12 и **E**21 (первые квадратные скобки в фигурных скобках) будут проявляться и между нейтральными, а не только заряженными токами. В этом смысле сила, задаваемая вторыми квадратными скобками в (4.3) и полученная в результате перемножения статической и динамической компонент напряженностей магнитных полей, занимает промежуточное положение: она проявляется, только если хотя бы один из взаимодействующих зарядов "гол", и будет равна нулю между двумя нейтральными токами. Сила, задаваемая третьими квадратными скобками в фигурных скобках, и обязанная своим появлением ускоренному движению зарядов, хотя и получилась в результате перемножения статической и динамической компонент напряженностей магнитных полей, будет проявляться и между нейтральными токами, поскольку излученное поле надо рассматривать как "голое".

Выражения для сил, полученные в результате перемножения динамических компонент напряженностей, равны нулю, если хотя бы один из зарядов покоится (хотя бы одна из скоростей равна нулю). Например, в этом случае будет равна нулю первая квадратная скобка, являющаяся непосредственным обобщением выражения для классической силы Лоренца (от классической формулы Лоренца (1.16) эта скобка отличается только наличием дополнительных слагаемых, симметризующих это выражение таким образом, что оно начинает удовлетворять третьему закону Ньютона).

А вот вторая квадратная скобка, являющаяся обобщением первого слагаемого в квадратных скобках в формуле Вебера, нулю в этом случае равна не будет. Так что между нейтральным током и покоящимся зарядом за ее счет должна появиться сила.

Давайте более детально сравним полученные формулы с теми, что были выписаны в первом разделе. Наша запись (4.2) по форме ближе всего к этим формулам, поэтому ее и будем использовать для сравнения.

Первое слагаемое в (4.2) в точности совпадает с законом Кулона (1.1). Но если соотношение (1.1) – аксиома, т. е. оно ничем не обосновывается, а провозглашается со ссылкой на эксперимент, то первое слагаемое в (4.2) получено в результате вычисления градиента энергии взаимодействия двух полей, т. е. как следствие более общего подхода. Это относится и к выражению в первых квадратных скобках (4.2), опять-таки в отличие от формулы (1.16), которую эта скобка обобщает. Заметим, что у этих формул в точности совпадает только один член: $-\ \mathbf{r}_{21}(\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2)$. Слагаемое же $\mathbf{v}_2(\mathbf{r}_{21} \cdot \mathbf{v}_1)$, хотя и фигурирует в обеих формулах, однако имеет разные знаки: минус в первых квадратных скобках в (4.2) и плюс в (1.16). Так что, (4.2) и (1.16) противоречат друг другу в этом пункте? Нет. Проблема заключается в том, что для классических уравнений Максвелла решения известны только для очень частных случаев, например, длинных проводников. И классическая полевая теория ничего не может сказать о взаимодействии отдельных движущихся зарядов. Формула же (4.2) трактует вопрос как раз о взаимодействии отдельных движущихся зарядов, т. е. она не имеет точного классического полевого аналога. Как интересно: если заряд взаимодействует с длинным проводником с током, то одна из составляющих действующих на него сил направлена по скорости зарядов в проводнике! Если же в проводнике движется отдельный заряд, то эта проекция меняет знак. Мы получим условие точного совпадения с формулой Лоренца (1.16) в разделах 6 и 7, где рассматривается взаимодействие движущегося заряда и проводника с током. Для двух нейтральных проводников с током это фактически условие их параллельности. Геометрически можно сказать, что взаимодействие отдельных зарядов происходит в трехмерном пространстве, а заряда с длинным проводником или пучком зарядов в двумерном (одну размерность, "убивает" длинный пучок). Соответственно и убывание лоренцевой силы происходит по разному: в (4.2) она убывает как r^2, в классической же [и в нашей (6.3)] формулах как г. В первой квадратной скобке в (4.2) имеются еще слагаемые, которых нет в (1.16), – это сила – $\mathbf{v}_1(\mathbf{r}_{21}\cdot\mathbf{v}_2)$, направленная по скорости $\mathbf{v}_1$ и сила $\frac{3\mathbf{r}_{21}}{r^2}\left((\mathbf{r}_{21}\cdot\mathbf{v}_1)\cdot(\mathbf{r}_{21}\cdot\mathbf{v}_2)\right)$ направленная по радиусу. Эти силы фигурируют в формулах Уитакера и Ампера 1.16г и 1.16в и симметризуют формулу, делают ее удовлетворяющей третьему закону Ньютона. Мы вернемся к анализу этих слагаемых в разделе 6, где будем рассматривать взаимодействие заряда с длинным проводником.

Вторая, третья и четвертая квадратные скобки в (4.2) и вторая и третья квадратные скобки в (4.3) являются аналогом второго и третьего слагаемых в формуле Вебера (1.5). Запись (1.5) ближе всего к формуле (4.2), со вторым, третьим и четвертым слагаемыми которой и проведем сравнение (1.5). Сравнение показывает, что (1.5) в точности совпадают с радиальными слагаемыми во второй, третьей и четвертой квадратных скобках (4.2). Однако неучет слагаемых, направленных вдоль разности скоростей и ускорений приводит формулу Вебера (1.5) к неверным предсказаниям. Так для колеблющегося диполя формула Вебера предсказывает направление силы (и соответственно излучения) по радиус-вектору, тогда как опыт и формула (4.2) предсказывает излучение, перпендикулярное ускорению.

§5. ПРИМЕРЫ

Пример 1.

Пусть по окружности радиуса R_0, расположенной в плоскости (x_1, x_2)с центром в начале координат, равномерно распределены пробные заряды q_1. Заряд же q_2 расположен в центре окружности в начале координат. Если q_2 покоится, то и классическая формула Лоренца, и формула (4.3) предсказывают существование только кулоновой силы, направленной по радиусу. Что изменится, если q_2 не покоится, а имеет постоянную скорость $\mathbf{v}$, направленную по оси x_1? Согласно классической теории в этом случае должны проявиться релятивистские эффекты, деформирующие кулонову силу по величине, но сохраняющие ее радиальный характер. Согласно теории относительности, сила, действующая на пробный заряд, будет направлена по радиусу и иметь вид:

$$\mathbf{F}_e = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_0^2} \cdot \frac{(1-\beta^2)}{(1-\beta^2 \sin^2\theta)^{3/2}}, \tag{5.1}$$

где $\beta = \dfrac{v}{c}$, а θ – угол между вектором скорости $\mathbf{v}$ и радиус-вектором к пробному заряду. При малых β, разлагая знаменатель во втором сомножителе (5.1) в ряд и ограничиваясь малыми порядка β^2, получим

$$\mathbf{F}_e = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_0^2} + \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_0^2} \cdot \frac{\beta^2}{2}(1-3\cos^2\theta). \tag{5.1a}$$

При $\theta = 0$ эта формула предсказывает ослабление кулоновой силы порядка β^2. При $\theta = 90^\circ$ она предсказывает усиление кулоновой силы порядка $\dfrac{\beta^2}{2}$. Приблизительно при 55° круглая скобка в (5.1a) равна нулю: дополнительная к кулоновой сила меняет знак. С ростом β, когда оказываются существенными слагаемые порядка выше β^2и разложение (5.1a) является некорректным, деформация кулоновой силы в поперечном направлении (при $\theta = 90^{\circ}$) увеличивается. При $\beta^2 \approx \frac{3}{4}$ эта деформация будет иметь порядок β^2.

Посмотрим, что для данного случая предсказывает формула (4.3).

Выражение в первых квадратных скобках и два последних слагаемых, имеющих порядок малости c^3, будут равны нулю, так как скорость одного из взаимодействующих зарядов равна нулю. Равно нулю и выражение в третьих квадратных скобках, так как скорость заряда q_2 постоянна. Ненулевой является только вторая квадратная скобка. Это выражение зависит от разности скоростей, но $\mathbf{v}_1$ равно нулю, поэтому оно оказывается зависящим только от скорости заряда q_2. Поскольку оба заряды "голы", не равна нулю и кулонова сила. Во второй квадратной скобке в (4.3) фигурируют две силы: направленная по радиусу $\mathbf{F}_r$ и направленная вдоль скорости сила $\mathbf{F}_v$. Для радиальной силы с учетом кулоновой имеем

$$\mathbf{F}_r = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_0^2} + \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_0^2} \cdot \beta^2 (1 - 3\cos^2\theta) \tag{5.2}$$

Сравнивая с (5.1а), видим, что (5.2) для малых скоростей предсказывает качественно тот же, но в два раза больший эффект, чем теория относительности. С ростом β разница в предсказаниях уменьшается и в поперечном направлении становится равной нулю при $\beta^2 \approx \frac{3}{4}$. При $\beta \to 1$ (5.2) стремится к удвоенной кулоновой силе, в то время как релятивистская формула предсказывает бесконечный рост кулоновой силы. Отметим также, что для нейтрального тока соотношение (5.2) сохраняет силу, тогда как теория относительности предсказывает нулевой эффект.

Сила

$$\mathbf{F}_v = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_0^2} \cdot \beta^2 \cos\theta \tag{5.3}$$

Эта сила достигает максимума при $\theta = 0$ (в продольном направлении). При $\theta \in [0, 90^\circ]$ она убывает от $\frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_0^2} \cdot \beta^2$ до нуля, и при $\theta \in [90^\circ, 180^\circ]$ продолжает убывать от нуля до $-\frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_0^2} \cdot \beta^2$.

Общая сила, действующая на заряженную окружность, согласно (4.3) будет векторной суммой:

$$\mathbf{F}_k = \mathbf{F}_v + \mathbf{F}_r \tag{5.4}$$

Сила $\mathbf{F}_v$ приводит к появлению составляющей силы, касательной к окружности. Если q_2 – отрицательный заряд, а окружность – нейтральный проводник, свободные электроны соберутся в области пересечения окружности и оси x_1, тогда как область пересечения окружности с осью x_2 зарядится положительно. Такое перетекание будет продолжаться до тех пор, пока механический момент за счет кулоновых сил не компенсирует момент, переданный системе внешними силами, сообщавшими заряду q_2 скорость $\mathbf{v}_2$ (см. подробнее раздел 10).

Заметим, наконец, что если скорость движения $\mathbf{v}_2$ не постоянна, т. е. заряд движется ускоренно, то на пробные заряды будет действовать сила за счет ускорения $\mathbf{a}$ заряда q_2 (третья квадратная скобка в (4.3)). Эта сила будет направлена по вектору ускорения, а ее величина

$$\mathbf{F}_a = \frac{q_1 q_2 a}{4\pi\varepsilon_0 c^2 R_0^2} \cdot \sin\theta$$

Если направление ускорения $\mathbf{a}$ совпадает с направлением скорости, то максимальной она будет для зарядов на пересечении окружности с осью x_1 ($\theta = 90^\circ$). Эта сила, не меняя знака, убывает на промежутках $[0, 90^\circ]$ и $[90^\circ, 180^\circ]$. Сравните это с силой $\mathbf{F}_v$, которая по модулю увеличивается на этих промежутках и имеет при этом на них разные знаки.

Подведем итоги разобранного примера.

1. Формула (4.3) предсказывает действие двух (а в случае ускоренного движения заряда - трех) сил на пробные заряды.
2. Из этих трех сил сила за счет излучения совпадает с классической, радиальная сила в широком диапазоне скоростей близка к предсказаниям специальной теории относительности. Скоростная же сила не предсказывается классической теорией и может служить для экспериментальной проверки корректности предложенного обобщения.

Пример 2.

Пусть положительный заряд q2 покоится, т. е. $\mathbf{v}_2 = 0$, $\mathbf{a}_2 = 0$. Вокруг q_2 по круговой орбите радиуса R_0 с постоянной касательной скоростью $\mathbf{v}_1$ и соответственно с постоянным центростремительным ускорением $\mathbf{a}_1$ вращается отрицательный заряд q_1. Какие силы будут действовать на q_1?

Первая квадратная скобка в (4.3) будет равна нулю, потому что одна из скоростей равна нулю. Ускорение $\mathbf{a}_1 \| \mathbf{r}_{21}$, поэтому слагаемое, зависящее от ускорения, тоже равно нулю (это особенно ясно в записи формулы (4.1)). $\theta_4 = 90^\circ$, поэтому $\cos\theta_4 = 0$. Окончательно получим

$$\mathbf{F}_{21} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\mathbf{r}_{21} + \frac{q_1 q_2 \mathbf{v}_1^2}{4\pi\varepsilon_0 r^3 c^2}\mathbf{r}_{21}. \tag{5.5}$$

Таким образом, (5.5) предсказывает отсутствие дополнительной силы, действующей на электрон за счет центростремительного ускорения. Соответственно электрон начинает излучать только тогда, когда появится касательное ускорение, и не излучает при равномерном движении по боровской орбите, что устраняет главное препятствие на пути планетарной модели атома. Отметим, что к такому же выводу приходит П.Д. Пруссов [15], исходя из "эфирных соображений", и Ю. К. Сахаров [16], основываясь на экспериментах. (5.5) предсказывает появление дополнительной к кулоновой силы. Эта сила будет приводить к вращению орбиты как целого (смещению перицентра в случае эллипсоидальных орбит). Мы считали, что скорость положительного заряда равна нулю. Если это не так, то должна появиться сила перпендикулярная $\mathbf{v}_1$. Эта сила сделает плоское движение пространственным. Интересно сравнить это утверждение с формулой примера 4 раздела 7.

Пример 3.

Пусть заряды q_1 и q_2 одного знака движутся вдоль параллельных прямых с равными постоянными скоростями, т. е. $\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_2 = \mathbf{v}$. В формуле (4.3) $\theta_1 = \theta_2 = \theta$, $\cos\theta_3 = 1$ и все квадратные скобки, кроме первой, равны нулю. Тогда

$$\mathbf{F_{21}} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\mathbf{r_{21}} - \frac{q_1 q_2 v^2 (1-3\cos^2\theta)}{4\pi\varepsilon_0 r^3 c^2}\mathbf{r_{21}} - \frac{2 q_1 q_2 v \cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2 c^2}\mathbf{v} \qquad (5.6)$$

Из (5.6) следует, что кроме кулоновой между зарядами действует еще радиальная сила $\mathbf{F}_r$, задаваемая вторым слагаемым, и, направленная вдоль скорости сила $\mathbf{F}_v$, задаваемая третьим слагаемым.

Когда $1-3\cos^2\theta = 0$, т. е. приблизительно при 55° и 125°, радиальная сила $\mathbf{F}_r$ пропадает. При углах в $\theta \in [0, 55^\circ)$ и углах $\theta \in (125^\circ, 180^\circ]$ $\mathbf{F}_r$ – положительна и "помогает" кулоновой силе. При $\theta \in (55^\circ, 125^\circ)$ она отрицательна и ослабляет кулонову.

Сила $\mathbf{F}_v$ равна нулю при $\theta \in 90^\circ$, т. е. когда заряды летят "бок о бок". При $\theta \in (90^\circ, 180^\circ)$ (первый заряд позади второго) $\mathbf{F}_v$ направлена по скорости первого заряда и ускоряет его, второй заряд "помогает отстающему". При $\theta \in (0^\circ, 90^\circ)$ (первый заряд впереди второго) $\mathbf{F}_v$ направлена против скорости первого, т.е. тормозит его, второй заряд не дает первому вырваться "слишком далеко". На второй заряд действует равная по величине и противоположно направленная сила. При свободном движении заряды согласуют свои скорости так, чтобы лететь "бок о бок" в устойчивом состоянии.

§6. СЛУЧАЙ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЗАРЯДА ПО БЕСКОНЕЧНО ДЛИННОЙ ПРОВОЛОКЕ

Пусть заряд q_2 распределен с постоянной плотностью λ, по проволоке, натянутой вдоль оси x_3. Это значит, что для него изменяются краевые условия (2.2) и (2.4). Краевое условие (2.2) принимает вид

$$\operatorname{div} \mathbf{E}_2 = +\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r^2}, r > r_0 \tag{6.1}$$

$r = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$, r_0 – радиус проволоки.

Для дивергентной компоненты поля получаем

$$\mathbf{E}_2 = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

Тогда вместо п.2 раздела 4 получим

$$\mathbf{E}_{21} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r^2}\left[\frac{\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{v}_2}{c} - \mathbf{r}_{21}\right]$$

Аналогично вместо п.5 раздела 4 получим

$$\mathbf{B}_{21} = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r^2 c}\left[\frac{\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{v}_2}{c} + \mathbf{r}_{21}\right]$$

Повторяя вычисления раздела 4, в которых множитель $4\pi\varepsilon_0 r^3$ заменен на $2\pi\varepsilon_0 r^2$ в силу начальных условий (6.1) получим

$$\begin{gathered}
\mathbf{F}_{21} = \frac{q_1\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r^2}\mathbf{r}_{21} - \frac{q_1\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r^2 c^2}\cdot \\
\cdot\left\{ \left[\left((\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2) + \frac{2(\mathbf{r}_{21} \cdot \mathbf{v}_1)(\mathbf{r}_{21} \cdot \mathbf{v}_2) - (\mathbf{r}_{21} \cdot \mathbf{v}_1)(\mathbf{r}_{21} \cdot \mathbf{v}_2)}{r^2}\right)\mathbf{r}_{21} - \right.\right. \\
\left. - \mathbf{v}_1(\mathbf{r}_{21} \cdot \mathbf{v}_2) - \mathbf{v}_2(\mathbf{r}_{21} \cdot \mathbf{v}_1) \right] + \left[(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \times \left(\mathbf{r}_{21} \times (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)\right)\right] - \\
\left. - \frac{2\mathbf{r}_{21} \cdot (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)}{r^2}\left[\mathbf{r}_{21} \times \left(\mathbf{r}_{21} \times (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)\right)\right] + \left[\mathbf{r}_{21} \times \left(\mathbf{r}_{21} \times (\mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_2)\right)\right] \right\}
\end{gathered} \tag{6.2}$$

Слагаемые третьего порядка малости по скорости света с здесь опущены, чтобы не перегружать формулу.

В дальнейшем будем предполагать, что проволока не движется как целое, а поскольку $\mathbf{v}_2$ и $\mathbf{a}_2$ направлены по ней, это означает, что $(\mathbf{r}_{21} \cdot \mathbf{v}_2) = 0$, $(\mathbf{r}_{21} \cdot \mathbf{a}_2) = 0$. Учитывая это, распишем двойные векторные произведения в (6.2)

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_{21} &= \frac{q_1 \lambda}{2\pi\varepsilon_0 r^2}\mathbf{r}_{21} - \\ &- \frac{q_1 \lambda}{2\pi\varepsilon_0 r^2 c^2}\Big\{\left[v_1 v_2 \cos\theta_3 \mathbf{r}_{21} - \mathbf{v}_2 r v_1 \cos\theta_1 \mathbf{v}_2\right] + \\ &+ \left[(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)^2 \cdot (1 - 2\cos^2\theta_4)\right]\mathbf{r}_{21} - \left[2r|\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2|\cos\theta_4\right](\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) + \\ &+ \left[r a_1 \cos\theta_5 \mathbf{r}_{21} - (\mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_2) r^2\right]\Big\}\end{aligned} \tag{6.3}$$

Первая квадратная скобка в (6.2) и (6.3) совпадает с динамической частью формулы (1.16) для классической силы Лоренца, если в последней магнитное поле прямой линии расписать через скорости создающих его электронов.

§7. ЕЩЕ ПРИМЕРЫ

Пример 1.

Пусть заряд q_1 движется параллельно оси x_3 с той же постоянной скоростью, что и заряды вдоль оси x_3, т. е. $\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_2 = \mathbf{v}$. Тогда в формуле (6.3) в фигурных скобках равны нулю все квадратные скобки, кроме первой. В первой $\cos\theta_1 = 0$, $\cos\theta_3 = 1$. Получим

$$\mathbf{F}_{21} = \frac{q_1\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r^2}\mathbf{r}_{21} - \frac{q_1\lambda v^2}{2\pi\varepsilon_0 r^2 c^2}\mathbf{r}_{21} \qquad (7.1)$$

(7.1) совпадает с предсказанием формулы Лоренца для рассматриваемого случая.

Пример 2.

Пусть в условиях предыдущего примера $\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_2 = \mathbf{v}$. Тогда не будут равны нулю первая и вторая квадратные скобки в (6.3), $\cos\theta_1 = 0$, $\cos\theta_3 = -1$, и

$$\mathbf{F}_{21} = \frac{q_1\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r^2}\mathbf{r}_{21} + \frac{q_1\lambda v^2}{2\pi\varepsilon_0 r c^2} \qquad (7.2)$$

мы опять получили классический случай.

Пример 3.

Пусть первый заряд движется перпендикулярно оси x_3 от нее по радиус-вектору. Тогда не равны нулю две первые скобки в (6.3), $\cos\theta_1 = 1$, $\cos\theta_3 = 0$, $\cos\theta_4 = \cos\theta_1 = 1$

Сила, действующая на q_1, примет вид

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_{\mathbf{21}} = \frac{q_1\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r^2}\mathbf{r}_{21} - \frac{q_1\lambda(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)^2}{2\pi\varepsilon_0 r^2 c^2}\mathbf{r}_{21} - \\ - \frac{2q_1\lambda|\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2|}{2\pi\varepsilon_0 c^2 r}(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) + \frac{q_1\lambda v_1}{2\pi\varepsilon_0 r c^2}\mathbf{v}_2\end{aligned} \qquad (7.3)$$

Пример 4.

Пусть $\lambda \mathbf{v}_2$ – постоянный нейтральный ток, а "голый" заряд q_1 покоится, т. е. $\mathbf{v}_1 = 0$.

Согласно классической теории, на q_1 не будет действовать никакая сила. Однако в (6.3) средние слагаемые не будут равны нулю. Они предсказывают появление силы

$$\mathbf{F}_{21} = \frac{-q_1 \lambda v_2^2}{2\pi\varepsilon_0 r^2 c^2}\mathbf{r}_{21} + \frac{q_1 \lambda v_2}{\pi\varepsilon_0 c^2 r}\mathbf{v}_2 \qquad (7.4)$$

Экспериментальная проверка утверждений (7.3а) и (7.4) может служить критерием корректности предлагаемого обобщения. Поскольку в реальных проводниках скорость электронов $\mathbf{v}_2$ мала, для реального эксперимента по проверке (7.4) удобнее взять быстро движущийся пучок зарядов и пронаблюдать поведение электронов в нейтральном проводнике.

§8. ЗАРЯЖЕННАЯ ПЛОСКОСТЬ

Пусть плоскость (x_1, x_2) заряжена с плотностью зарядов σ. Эти заряды, вообще говоря, могут двигаться со скоростью $\mathbf{v}_2$ и ускорением $\mathbf{a}_2$. Статическая часть электрического поля, удовлетворяющая краевому условию,

$$\operatorname{div} \mathbf{E}_2 \,|_{x_3=0} = 0 \qquad (8.1)$$

будет иметь вид

$$\mathbf{E}_2 = \frac{\sigma}{2\varepsilon} \qquad (8.2)$$

а электрическое поле, создаваемое заряженной плоскостью в местонахождении заряда q_1

$$\mathbf{E}_{21} = \frac{\sigma}{2\varepsilon r}[-\frac{\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{v}_2}{c} + \mathbf{r}_{21}] \qquad (8.3)$$

Это равенство имеет место при всех (x_1, x_2). За радиус-вектором от заряженной плоскости (x_1, x_2) до q_1 сохранено обозначение $\mathbf{r}_{21}$, хотя в данном случае меняется только координата x_3.

Аналогично получаем

$$\mathbf{B}_{21} = \frac{-\sigma}{2\varepsilon r c}[\frac{\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{v}_2}{c} + \mathbf{r}_{21}] \qquad (8.4)$$

Для магнитного поля пассивного заряда q_1, его вид сохраняется

$$\mathbf{B}_{12} = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon r^3 c}[\frac{\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{v}_1}{c} + \mathbf{r}_{21}] \qquad (8.5)$$

В соотношениях (8.1)–(8.5) фигурирует, вообще говоря, зависящая от координат функция $\varepsilon(x_1, x_2, x_3, t)$ вместо постоянной ε_0. В Приложении №1 будет показано, что ε_0 – это плотность массы свободного эфира. В нашем случае ε естественно истолковать как плотность эфира в веществе. В самом веществе ε, конечно, тоже может зависеть и от пространственных координат, и от времени. Но здесь нас особенно будет интересовать вид этой функции при переходе от одного вещества к другому, в особенности от вещества к свободному эфиру и обратно, точнее градиент этой функции при таком переходе.

ε иногда называют абсолютной диэлектрической проницаемостью вещества.

Учитывая зависимость ε от времени и пространственных координат, мы хотим рассмотреть случай, когда между заряженной плоскостью и зарядом q_1 (или другой заряженной плоскостью) вводится диэлектрик, плотность эфира ε в котором больше, чем в свободном пространстве. Предлагаемый подход связывает известные экспериментальные факты не с поляризацией диэлектрика, а с различной плотностью эфира в разных веществах.

В случае, который мы рассматриваем, конечно же и магнитная постоянная μ_0 характеризующая сжимаемость свободного эфира, будет функцией $\mu(x_1, x_2, x_3, t)$, функцией координат будет и скорость света, поскольку $c^2 = \dfrac{1}{\varepsilon\mu}$.

Учитывая, что $\mu = \dfrac{1}{\varepsilon c^2}$, получим

$$-\operatorname{grad}\left[4\pi\varepsilon r^2 c(\mathbf{B}_{12}\cdot\mathbf{E}_{21})\right] = \frac{q_1\sigma}{2\varepsilon r}\left[\mathbf{r}_{12} + \frac{r^2\operatorname{grad}\varepsilon}{\varepsilon}\right] + \frac{\mu q_1\sigma}{2r}\cdot$$
$$\cdot\left\{\left[2\mathbf{r}_{21}(\mathbf{v}_1\cdot\mathbf{v}_2) - \frac{(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{v}_1)\cdot(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{v}_2)}{r}\right] - \mathbf{v}_1(\mathbf{r}_{21}\cdot\mathbf{v}_2) - \mathbf{v}_2(\mathbf{r}_{21}\cdot\mathbf{v}_1)\right\} + \quad (8.6)$$
$$+\frac{q_1\sigma}{2r}\operatorname{grad}\mu\left[r^2(\mathbf{v}_1\cdot\mathbf{v}_2) - (\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{v}_1)\cdot(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{v}_2)\right]$$

Особенность соотношения (8.6) состоит в том, что второе слагаемое в первой квадратной скобке зависит от градиента ε и предсказывает появление силы, направленной против градиента. Поэтому диэлектрическая пластина втягивается в пространство между зарядом q_1 и заряженной плоскостью, если они разных знаков, и выталкивается, если они одного знака: плотность свободного эфира ε_0 между заряженными пластинами меньше, чем ε в диэлектрике. Эта сила растет с увеличением расстояния от q_1 до заряженной плоскости. В случае конденсатора это означает, что втягивающая сила больше, когда диэлектрик толще.

Известно, что после введения диэлектрика между пластинами конденсатора его емкость увеличивается, или, что то-же самое, сила притяжения пластин конденсатора уменьшается. В чем физическая причина этого?

Ныне это объясняется тем, что молекулярные диполи диэлектрика якобы сдвигаются под действием поля, созданного заряженными пластинами. Такой сдвиг нейтрализует часть заряда на пластинах, что и ослабляет кулоново поле.

Разберемся в вопросе более детально. Для этого вернемся к воззрениям физиков XIX века и опытам Эйхенвальда, которые, как считается, опровергли предложенную Герцем возможность введения в электродинамику полных производных по времени, о чем уже упоминалось в §2.

Часто почему-то говорят об опыте Эйхенвальда, хотя им было поставлено много опытов, и из этих опытов сделано много далеко идущих выводов. Мы рассмотрим некоторые из них, относящиеся к нашему разговору, присвоив им свои номера.

Первый опыт Эйхенвальда состоял в том, что пластины кругового конденсатора вращались, и измерялось магнитное поле, создаваемое при таком вращении. Он показал, что такое движение электронов создает такое же магнитное поле, что и их движение в проводнике.

Во втором опыте в заряженный конденсатор вставлялся диэлектрик, и такой конденсатор тоже вращался. Его вращение создавало такое же магнитное поле, что и без диэлектрика.

Третий опыт состоял в том, что пластины конденсатора оставались в покое, а вращался диэлектрик. Такое вращение тоже создавало магнитное поле. Изменение направления вращения диэлектрика сохраняло как величину магнитного поля, так и его направление, тогда как переполюсовка пластин направление магнитного поля пластин меняла.

Рассмотрим те выводы, которые ученые того времени сделали из этих опытов. Эти выводы вошли в современные учебники физики. Из первого опыта был сделан вывод, что любое движение электронов порождает магнитное поле. Этот вывод следует из вида второго слагаемого в (2.6а). С ним трудно не согласиться.

Еще одним вопросом, который волновал физиков того времени, был вопрос о физическом смысле тока смещения, введенного Максвеллом в свои уравнения в дополнение к току проводимости и математически воплощавшемся в виде частной производной от электрического поля по времени. Физики тех времен исходили из представления о поляризации эфира между пластинами конденсатора. В частности, эту идею хотели применить к объяснению того факта, что ток проводимости и соответствующие магнитные эффекты не заканчиваются на одной из пластин конденсатора, а преодолевают пространство между пластинами, хотя электроны не переходят с пластины на пластину. Этому было дано следующее объяснение. Частицы эфира между пластинами поляризуются под действием электрического поля, смещаются, что и создает проводящую среду, в которой и проявляется частная производная по времени от электрического поля.

Интересно, что современная физика, отрицающая эфир, фактически сохранила это объяснение, как и само название тока смещения, так что теперь уже совсем непонятно, с какой стати не зависящее от пространственных координат, а только от времени изменение электрического поля между пластинами конденсатора проявляется, а вдоль проводника – нет. Но вернемся к первому опыту Эйхенвальда. Если такое смещение частиц эфира имеет место, то оно должно уменьшать заряд на пластинах конденсатора, а тогда магнитное поле, создаваемое вращающимися пластинами конденсатора, должно быть меньше, чем от тока проводимости, индуцированного тем же самым напряжением. Однако опыт показал полное совпадение, что самим Эйхенвальдом [28, 29], а за ним и Борном [30] было истолковано так, что смещенные частицы эфира, как и сам эфир, не увлекаются вращением конденсатора. Это заставило самого Эйхенвальда выступить в поддержку теории неувлекаемого эфира Лоренца и против теории Герца об увлечении эфира, движение которого он пытался описать, введя полные производные по времени в уравнения Максвелла. За давностью лет народная молва многие из этих событий переиначила. Так что от многих образованных людей приходится слышать, что опыты Эйхенвальда показали недопустимость использования полных производных по времени в электродинамике. Люди уж совсем образованные [25], те считают, что опыты Эйхенвальда как раз доказали отсутствие эфира, а вот полные производные в уравнениях Максвелла очень нужны.

Остановимся подробнее на монографии Фипса [25]. Я рекомендую читателю обязательно при возможности ознакомиться с этой книгой, потому что это – итог многолетних размышлений автора, человека образованного и нестандартно мыслящего. Поэтому даже и то, что мы считаем его ошибками, в любом случае должно стать предметом для раздумий и конструктивных выводов. Сразу начну с того, что Фипс – сторонник введения полных производных в уравнения Максвелла. Он подробно разбирает, как это сделал Герц. Предоставим далее слово самому Фипсу: “Он (Герц) рассматривал свою теорию…как электродинамику движущейся среды и интерпретировал скорость (появляющуюся в конвективной части полной производной по времени) как скорость эфира. Это была серьезная ошибка, неверная интерпретация. Он еще и смешал эту ошибку с постулатом Стокса о 100% увлечении эфира массивной средой. Это сделало его теорию проверяемой, потому что это материализовало эфир, связав его с наблюдаемой материей. Вскоре после смерти Герца экспериментатор Эйхенвальд пришел в его лабораторию и опроверг предсказание Герца. Таким образом инвариантная теория была дискредитирована и выброшена на свалку истории”.

Посмотрите, как все просто: один опыт все решил. Эфир не увлекается, а с точки зрения Фипса он вообще не нужен. Что и приводит автора монографии [25] к его полурелятивистской теории, в которой сжатие пространства в направлении движения отрицается, а вот расширение времени фактически принимается. Но теория Фипса – предмет для отдельного разговора. Вопрос в том, можем ли мы положиться на интерпретацию Эйхенвальдом своего первого опыта и положить его в основу теории.

Сразу же выскажем свою убежденность, что главной задачей экспериментальной физики на ближайшее тысячелетие будет выяснение свойств эфира. В настоящее время мы знаем о нем очень мало, в лучшем случае можем что-то предполагать.

Какие же выводы мы можем все же сделать сейчас из первого и второго опытов Эйхенвальда? Увлекается или не увлекается эфир в первом опыте – нам сказать трудно. А вот во втором он увлекается заведомо: ведь главные характеристики эфира, пронизывающего диэлектрик, плотность ε и сжимаемость μ одни и те же, вращается диэлектрик или нет.

Чуть ниже мы вернемся к этому вопросу, а сейчас повторим ту позицию, которую мы пытались сформулировать в §2, и которая особенно отчетливо видна в формуле (8.6).

Полные производные по времени нужны не только чтобы учесть возможное движение эфира, хотя и для этого тоже, но прежде всего для того, чтобы естественно описать ток проводимости и ток переноса, не вводя их аксиоматически в виде первоначальной сущности, а главное явно описать вихревой ток (второе слагаемое в (2.6a)). Этот ток движется и в проводнике вместе с током проводимости, но скорость его движения равна скорости света в среде. Поэтому рубильник, включенный в Европе, зажигает лампочку в Америке сразу же, а не через несколько лет, когда туда по кабелю дойдут электроны, создающие ток проводимости. Этот вихревой ток преодолевает пространство между пластинами конденсатора, продолжая свое создающее магнитное поле движение вдоль проводника, когда в нем начинает течь ток проводимости. Именно этот ток создает всем известные эффекты, приписываемые ныне току проводимости, возбуждая эфир в диэлектрике, хотя электроны сквозь диэлектрик не проходят. Движение же электронов является скорее следствие движения вихревого тока примерно в том же смысле, в каком движение песка в реке является следствием движения воды. Отметим, что частная производная по времени от поля не может быть причиной преодоления током пространства между пластинами конденсатора по той простой причине, что никаких зависящих от времени изменений поля между пластинами конденсатора по сравнению с полем в проводнике не происходит, эти изменения зависят как раз от пространственных координат.

О чем же говорит нам первый опыт Эйхенвальда? Он просто свидетельствует о том, что, если ток проводимости и ток переноса равны, то и соответствующие вихревые токи, а значит и магнитные поля, равны. Если же из него и можно вывести какие-то свойства эфира, то как раз то, что эфир увлекается вращением пластин.

Более четко об этом говорит второй опыт Эйхенвальда, когда вращается конденсатор, заполненный диэлектриком, и, соответственно, вращается эфир, заполняющий этот диэлектрик. Этот опыт требует более тщательного анализа, поскольку современная физика, здесь уже не стесненная верой в отсутствие эфира, идею о смещении зарядов в эфире применяет к диэлектрику: в диэлектрике, мол, смещаются заряды, это смещение увеличивает емкость конденсатора и нейтрализует часть зарядов на пластинах, уменьшая силу притяжения между ними. Но почему диэлектрик влияет на емкость? Что такое емкость вообще и почему она связана с поляризацией диэлектрика? И почему это смещение не нейтрализует все заряды? Обычно отвечают, что, мол, недостаточно диполей в диэлектрике. Но тогда достаточно малые заряды на пластинах, для которых диполей хватает, должны компенсировать поле полностью, а этого не происходит. Просто в $\dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$ раз уменьшается сила Кулона, что при маленьких, что при больших зарядах на пластинах конденсатора. Отметим, наконец, что прямых экспериментов по определению смещенных диполей в диэлектриках, насколько известно автору, не проводилось.

Чем же объясняются эти эффекты в рамках предлагаемого подхода? Как уже упоминалось, физический смысл диэлектрической проницаемости вакуума ε_0 – это плотность массы свободного эфира. Соответственно абсолютная диэлектрическая проницаемость ε – это плотность эфира в диэлектрике. Так что введение диэлектрика между пластинами конденсатора меняет плотность эфира между ними. Соответственно уменьшается сила Кулона: она зависит не только от величины зарядов, но и от свойств вещества, заполняющего пространство, разделяющее эти заряды. Поэтому введение диэлектрика между пластинами конденсатора не влияет на величину заряда, а соответственно и магнитного поля, создаваемого вращением пластин, что и устанавливает второй эксперимент Эйхенвальда.

Каков же физический смысл емкости конденсатора? Если C – емкость конденсатора, A – площадь пластин, а d – расстояние между пластинами, то

$$\mathrm{C} = \frac{\varepsilon\,\mathrm{A}}{\mathrm{d}}$$

т. е емкость – средняя поверхностная плотность массы эфира в диэлектрике.

Что же для первого и второго экспериментов Эйхенвальда предсказывает формула (8.6)? Плотность эфира между пластинами конденсатора не меняется, так что сила Кулона в первом эксперименте Эйхенвальда просто обратна ε_0, а во втором ε. Второе слагаемое в первых квадратных скобках в (8.6) для этих экспериментов равно нулю, т. к $\operatorname{grad}\varepsilon = 0$.

Скорости зарядов на пластинах параллельны. Эти скорости перпендикулярны радиус-вектору. Так что в фигурных скобках остается только радиальная сила. Эта сила пропорциональна μ_0, т. е в $\dfrac{v^2}{c^2}$ раз слабее кулоновой и сонаправлена с ней, т. е увеличивает ее. В опытах Эйхенвальда это не проверялось, но было бы интересно поставить соответствующий эксперимент: верно ли, что сила притяжения вращающихся пластин конденсатора больше, чем покоящихся? Конечно при этом следует позаботиться, чтобы абсолютная сжимаемость эфира в прокладке между пластинами была бы по возможности больше. Эта сила должна проявляться при движении заряженных жидкостей и газов.

Физический смысл третьего, градиентного слагаемого в (8.6) (вторая квадратная скобка в фигурных скобках) аналогичен физическому смыслу градиентного слагаемого в статической части. Однако связан он с другой характеристикой эфира: с его сжимаемостью. Его действие мы наблюдаем, когда парамагнетики втягиваются в соленоид, а диамагнетики выталкиваются. Здесь сила направлена по градиенту сжимаемости эфира μ, которая возрастает от концов соленоида к его середине. Статическая градиентная сила также направлена по градиенту плотности эфира ε. И эта сила всегда направлена на выталкивание диэлектрика из свободного эфира, поскольку плотность свободного эфира ε_0 всегда меньше его плотности в веществе. Но в случае конденсатора на его пластинах находятся заряды разных знаков. Так что $\mathrm{grad}\,\varepsilon$ оказывается направленным внутрь конденсатора. В соленоиде ток в витках создается одинаковыми зарядами. При этом сжимаемость эфира μ в различных веществах может быть как больше, так и меньше (диамагнетики). Поэтому первые втягиваются в соленоид, а вторые выталкиваются.

Что мы будем в этом смысле наблюдать в первом опыте Эйхенвальда? Заметим сразу, что выражение в квадратных скобках в третьем слагаемом в (8.6) всегда положительно, т. к скорости $\mathbf{v}_1$ и $\mathbf{v}_2$ (касательные скорости зарядов на вращающихся пластинах) сонаправлены. На пластинах заряды разных знаков, так что третье слагаемое предсказывает появление силы, направленной против градиента μ, т. е в сторону убывания магнитного поля между пластинами.

Автору неизвестны экспериментальные данные на эту тему. Скорости зарядов убывают вдоль радиуса круговых пластин, но их магнитное поле может усиливаться действием внешних зарядов. Поэтому сформулируем утверждение условно.

Если магнитное поле внутри вращающихся пластин конденсатора увеличивается от периферии к центру, то парамагнетики будут из него выталкиваться, а диамагнетики втягиваться, т. е мы будем наблюдать картину, обратную привычной в случае соленоида. Если же магнитное поле во вращающемся соленоиде возрастает от центра к периферии, то парамагнетики в него будут втягиваться, а диамагнетики выталкиваться. Картина будет напоминать случай соленоида, но сила будет направлена не по возрастающему магнитному полю, а против него.

Мы получим точный аналог соленоида, если будут вращаться одинаково заряженные пластины.

Подведем итог рассмотрения формулы (8.6). Хотя поляризация диэлектрика в опытах с конденсатором имеет место и в каких-то опытах это, наверное, можно наблюдать, подавляющая часть эффектов связана с перепадом или же плотности, или же сжимаемости эфира при переходе из диэлектрика в свободный эфир или другое вещество.

Если заряженная плоскость неподвижна, тогда всегда $\mathbf{r}_{21} \perp \mathbf{v}_2$, $\mathbf{r}_{21} \perp \mathbf{a}_2$ т. е. $(\mathbf{r}_{21} \cdot \mathbf{v}_2) = 0$, $(\mathbf{r}_{21} \cdot \mathbf{a}_2) = 0$.

В этом случае формула (8.6) упрощается:

$$-\operatorname{grad}\left[4\pi\varepsilon r^3 c(\mathbf{B}_{12} \cdot \mathbf{E}_{21})\right] = \frac{q_1\sigma}{2\varepsilon r}\left[\mathbf{r}_{12} + \frac{r^2 \operatorname{grad}\varepsilon}{\varepsilon}\right] + \frac{\mu q_1 \sigma}{2r}\left[2\mathbf{r}_{21}(\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2) - \mathbf{v}_2(\mathbf{r}_{21} \cdot \mathbf{v}_1)\right] \tag{8.7}$$

Мы проанализировали физический смысл силы Гюйгенса (8.6). Сила Ньютона в данном примере имеет вид

$$\begin{aligned}
&\frac{d}{dt}\left[4\pi\varepsilon r^3 c(\mathbf{B}_{12} \times \mathbf{B}_{21})\right] = \\
&= \frac{q_1\sigma\mu}{2r}\Big[-\mathbf{r}_{21}(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)^2 + (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)(\mathbf{r}_{21} \cdot (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)) - \\
&- \mathbf{r}_{21}(\mathbf{r}_{21} \cdot (\mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_2)) - (\mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_2) r^2\Big] + \\
&+ \frac{q_1\sigma(\mathbf{r}_{21} \cdot (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2))\varepsilon^{\frac{1}{2}}\mu^{\frac{3}{2}}}{2r}\left[\mathbf{r}_{21}(\mathbf{r}_{21} \cdot (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)) - (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) r^2\right] + \\
&+ \frac{q_1\sigma}{2r}\frac{d\mu}{dt}\left[\mathbf{r}_{21}(\mathbf{r}_{21}(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2))\right] + \\
&+ \frac{q_1\sigma}{2r} d(\varepsilon^{\frac{1}{2}}\mu^{\frac{3}{2}}) dt\left[(\mathbf{r}_{21} \cdot \mathbf{v}_2) \cdot (\mathbf{r}_{21} \cdot \mathbf{v}_1)\right]
\end{aligned} \tag{8.8}$$

В этой силе отсутствует статическая часть, а следовательно, отсутствует сила, зависящая от градиента ε. Вся сила уже зависит не от произведения скоростей, а от их разности. Поэтому и в первом и во втором эксперименте Эйхенвальда она равна нулю: скорости пластин равны и сонаправлены. Предложим следующую модификацию второго опыта Эйхенвальда: пластины конденсатора равномерно вращаются в противоположные стороны вокруг диэлектрика. Поскольку радиус-вектор перпендикулярен скоростям, будут равны нулю все слагаемые, содержащие $(\mathbf{r}_{21}(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2))$, слагаемые, содержащие ускорения и последнее слагаемое в (8.8). От силы (8.8) остается только радиальная сила. Что в этом опыте останется от силы (8.6)?

Ньютонова часть плотности силы в (8.6)

$$\mathbf{F}_N = -\frac{4\sigma^2 \mu v^2}{2r}\mathbf{r}_{21} \tag{8.9}$$

Фигурная скобка в (8.6) для этого случая за счет разнонаправленности скоростей будет иметь вид

$$\mathbf{F}_H = -\frac{\sigma^2 \mu v^2}{2r}\mathbf{r}_{21} \tag{8.10}$$

т. е как и (8.9), поверхностная плотность силы Гюйгенса для этого случая будет направлена против кулоновой и суммарная плотность силы

$$\mathbf{F}_N + \mathbf{F}_H = -\frac{5\sigma^2 \mu v^2}{2r}\mathbf{r}_{21} \tag{8.11}$$

Чтобы упростить терминологию ниже в этом параграфе термин сила будет использован вместо термина “поверхностная плотность силы”. Про силу, задаваемую второй квадратной скобкой в (8.8) скажем только, что она в c раз меньше предшествующих слагаемых, направлена по разности скоростей и может оказаться существенной в процессах, ныне объединяемых понятием электро-слабого взаимодействия, как и слагаемое в четвертых квадратных скобках в (8.8), о чем надо вести отдельный разговор.

О силе, задаваемой третьей квадратной скобкой в (8.8) поговорим отдельно. Коэффициент при этой скобке зависит от производной по времени от сжимаемости эфира в диэлектрике. Обнаружить эту силу можно, например, поместив между пластинами конденсатора, вращающимися в противоположных направлениях, вещество с периодически изменяющейся сжимаемостью эфира.

Пусть, например,

$$\mu = \mu_0 \cos \omega t \tag{8.12}$$

т. е

$$\frac{d\mu}{dt} = -\omega\mu_0 \sin \omega t \tag{8.13}$$

здесь μ_0 – среднее значение сжимаемости эфира в среде, ω – частота. Тогда сила, появляющаяся между пластинами конденсатора за счет изменения μ во времени и действующая со стороны пластины 2 на пластину 1, равна

$$\mathbf{F}_{21} = \sigma^2 \omega\mu_0 r \sin \omega t \mathbf{v}_1 \tag{8.14}$$

Она пропорциональна квадрату поверхностной плотности заряда σ на пластинах и линейна по ω, μ_0 и r, т. е увеличивается с ростом этих параметров. Она периодически раскручивает и тормозит пластину 1 по закону синуса. Сила, с которой пластина 1 действует на пластину 2

$$\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21} \tag{8.15}$$

т. е пластина 1 точно также действует на пластину 2.

Рассмотрим еще одну модификацию предыдущего случая: диэлектрик не покоится между противоположно вращающимися пластинами, а вращается вместе, скажем, с пластиной 1. В этом случае μ уже не будет зависеть от времени явно, но конвективная часть полной производной $(\mathbf{v}_1 \cdot \mathrm{grad})\mu$ вообще говоря не будет равна нулю. При каких условиях? Ну, очевидно, при тех, что касательная скорость $\mathbf{v}_1$ и $\mathrm{grad}\,\mu$ не перпендикулярны друг другу. Выполняется ли это условие в нашем случае? Возможно и нет. Ведь в статическом случае $\mathrm{grad}\,\mu$, по-видимому, направлен по радиусу. Мы слишком мало знаем о свойствах эфира, чтобы утверждать что-либо уверенно.

Однако мы сделаем **предположение**: *при вращении диэлектрика* $\mathrm{grad}\,\mu$ *у его поверхности направлен по касательной скорости, т. е* μ *возрастает в этом направлении*.

Отметим сразу, что из сделанного предположения следует, что конвективная часть производной $(\mathbf{v}_1 \cdot \mathrm{grad})\mu$ всегда положительна, т. е не зависит от того, вращается ли диэлектрик со скоростью $\mathbf{v}_1$, т. е с первой пластиной или же со скоростью $\mathbf{v}_2$ в противоположном направлении. Сила, с которой пластина 2 будет в этом случае действовать на пластину 1

$$\mathbf{F}_{21} = \frac{1}{2}\sigma^2 r(\mathbf{v}_1 \cdot grad)\mu\mathbf{v}_1 \tag{8.16}$$

$$\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21} = \frac{1}{2}\sigma^2 r(\mathbf{v}_2 \cdot grad)\mu\mathbf{v}_2 \tag{8.17}$$

Упомянем, наконец, третий опыт Эйхенвальда. Он состоял в том, что пластины конденсатора покоились, а вращался только диск из эбонита. Неожиданным для Эйхенвальда и ожидаемым для нас было то, что направление магнитного поля, которое при этом регистрировалось, не зависело от направления вращения эбонитового диска. Сам Эйхенвальд объяснил это свойствами эбонита. Нам же кажется, что это свойство эфира: при переходе из более плотного состояния в диэлектрике в менее плотное свободное состояние он сносится движением. Поэтому градиент его сжимаемости направлен по скорости вращения, а их скалярное произведение всегда положительно.

§9. ЗАРЯЖЕННАЯ СФЕРА

Найдем силу, действующую на заряд q_1 внутри сферы радиуса R_0, заряженной с плотностью зарядов σ Краевое условие

$$\operatorname{div} \mathbf{E}_2 = \frac{4\sigma r}{\varepsilon_0 R_0^2}, r = R_0 \tag{9.1}$$

дает нам вид статической части поля внутри сферы

$$\mathbf{E}_2 = \frac{\sigma r}{\varepsilon_0 R_0^2} \mathbf{r}_{21}, r \le R_0 \tag{9.2}$$

Статическое поле внутри сферы при убывании r убывает как r^2 до нуля при движении от поверхности сферы к центру. Так что поле, создаваемое статическими зарядами на поверхности сферы отнюдь не постоянно. Однако, как мы увидим ниже, постоянна энергия взаимодействия этого поля и заряда внутри сферы. А тогда сила взаимодействия, т. е. градиент этой энергии, будет равен нулю.

Электрическое же поле, создаваемое движущимися зарядами, находящимися на поверхности сферы, в местонахождении заряда q_1 внутри этой сферы,

$$\mathbf{E}_{21} = \frac{\sigma r}{\varepsilon_0 R_0^2} [-\frac{\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{v}_2}{c} + \mathbf{r}_{21}], r \le R_0 \tag{9.3}$$

Здесь $\mathbf{v}_2$ – скорость движения зарядов по сфере.

Аналогично

$$\mathbf{B}_{21} = -\frac{\sigma r}{\varepsilon_0 R_0^2 c} [\frac{\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{v}_2}{c} + \mathbf{r}_{21}], r \le R_0 \tag{9.4}$$

Вид магнитного поля пассивного заряда сохраняется

$$\mathbf{B}_{12} = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^3 c} [\frac{\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{v}_1}{c} + \mathbf{r}_{21}], r \le R_0 \tag{9.5}$$

Тогда градиентная сила внутри сферы, действующая на q_1

$$-\mathrm{grad}[4\pi\varepsilon_0 R_0^3 c(\mathbf{B}_{12}\cdot\mathbf{E}_{21})=$$
$$=\frac{q_1\sigma R_0}{\varepsilon_0 rc^2}[\mathbf{r}_{21}\mathbf{v}_1\mathbf{v}_2(\cos\theta_3+\cos\theta_1\cdot\cos\theta_2)-\mathbf{v}_1\mathbf{v}_2 r\cos\theta_2- \tag{9.6}$$
$$-\mathbf{v}_2\mathbf{v}_1 r\cos\theta_1],\ r\le R_0$$

Напомним, что θ_1 – угол между радиусом-вектором $\mathbf{r}_{21}$ и скоростью $\mathbf{v}_1$, θ_2 – угол между $\mathbf{r}_{21}$ и скоростью $\mathbf{v}_2$, θ_3 – угол между скоростями $\mathbf{v}_1$ и $\mathbf{v}_2$.

Эта сила действует от каждой точки заряженной сферы на q_1. Заметим, что статическая, кулонова, сила отсутствует: ее энергия взаимодействия с зарядом постоянна для всех точек шара, а градиент такой энергии равен нулю.

Этот пример наглядно иллюстрирует трудности нынешнего понимания электрического поля как силы, действующей на пробный заряд.

Такое определение вынуждает нас считать, что поле внутри сферы равно нулю. Тогда поле должно быть разрывным на сфере, потому что вне сферы оно существует. И что происходит на сфере? И будет ли какая-то сила действовать на заряд, движущийся внутри сферы? Ведь если там поля нет, то такой силы не должно быть.

Покажем, что предлагаемый подход дает разумные ответы на все эти вопросы. Плотность зарядов на сфере $\sigma=\frac{q_2}{4\pi R_0^2}$, где q_2 – суммарный заряд сферы. Проинтегрировав по сфере, получим из (9.2)

$$\mathbf{E}_2\Big|_{r=R_0}=\frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_0^2} \tag{9.7}$$

И без всяких скачков

$$\mathbf{E}_2=\frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2},\ r\ge R_0 \tag{9.8}$$

Возвратимся к соотношению (9.6) и более детально поясним его физический смысл. Коэффициент при квадратной скобке может создать впечатление, что сила (9.6) пропорциональна радиусу сферы R_0. Но поскольку плотность зарядов σ обратна R_0^2 на самом деле сила (9.6) обратна R_0. В квадратной скобке все слагаемые зависят от произведения скоростей зарядов на сфере и скорости заряда внутри сферы. Поэтому вся сила равна нулю, если хотя бы один из зарядов покоится. Радиус-вектор в квадратной скобке связывает произвольный заряд на сфере с зарядом q_1. Поскольку коэффициент при этой скобке обратно пропорционален модулю радиуса-вектора r, вся сила в целом не зависит от расстояния между зарядом q_1 и зарядами сферы. Однако она существенно зависит от углов между радиусом-вектором и скоростями зарядов, а также от угла между скоростью заряда q_1 и скоростями зарядов на сфере. Конечно, нас обычно будет интересовать не сила взаимодействия q_1 с какой-то точкой сферы, а суммарное влияние всех зарядов сферы. Нам тогда надо проинтегрировать выражение (9.6) по всем зарядам сферы.

Найдем теперь силу Ньютона в нашем примере.

$$\begin{aligned}&\frac{d}{dt}\left[4\pi\varepsilon_0 R_0^3 c(\mathbf{B}_{12}\times\mathbf{B}_{21})\right]=\\&=\frac{q_1\sigma R_0}{\varepsilon_0 rc^2}\left\{\mathbf{r}_{21}\left[(\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2)^2\cdot(1-\cos\theta_4)\right]+\right.\\&\left.+\left[\mathbf{r}_{21}r(\mathbf{a}_1-\mathbf{a}_2)\cos\theta_5-(\mathbf{a}_1-\mathbf{a}_2)r^2\right]\right\}, r\le R_0\end{aligned} \tag{9.9}$$

Напомним, что θ_4 – угол между радиусом-вектором $\mathbf{r}_{21}$ и $(\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2)$, θ_5 – угол между $\mathbf{r}_{21}$ и $(\mathbf{a}_1-\mathbf{a}_2)$. Обратим здесь внимание на то, что скоростная часть формулы не зависит от расстояния между q_1 и точками сферы, а часть, зависящая от ускорений, возрастает с этим расстоянием. Эта сила уже не будет равна нулю, если заряды на сфере или q_1 покоится. Рассмотрим случай постоянного тока на сфере и постоянной скорости q_1, т. е мы считаем вторую квадратную скобку в (9.9) равной нулю.

Как бы ни двигался q_1, угол между $\mathbf{r}_{21}$ и разностью скоростей $(\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2)$ не будет равен нулю. Так что $\cos\theta_4$ никогда не будет равен 1. Это значит, что в любом случае должна наблюдаться радиальная сила, направленная по радиусу вектору от зарядов сферы, т. к. и $(\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2)^2$, и $(1-\cos\theta_4)$ больше нуля. Другими словами, внутри заряженной сферы имеется магнитное поле. Это противоречит известной теореме в современной электродинамике о том, что циркуляция магнитного поля по кривой, не охватывающей тока, равна нулю. Причина этого противоречия в том, что современная электродинамика в уравнениях Максвелла не учитывает роли вихревого тока (равенство (2.6а)) и радиальной компоненты магнитного поля. Вид этого поля задается формулой (9.4).

Вернемся к этой формуле. Магнитное поле заряженной сферы убывает как r^2 к центру сферы и направлено от этого центра к поверхности сферы по радиусу. Его поверхностями уровня являются концентрические сферы с центром в центре заряженной сферы. Подчеркнем еще раз, что это поле существует, даже если заряды на сфере неподвижны: работает статическая часть формулы (9.4) и взаимодействие этой статической части с магнитным полем движущегося заряда q_1 и создает наблюдаемые эффекты, противоречащие нынешним воззрениям.

Приведем в заключение объединенную формулу для силы, действующей на заряд q_1

$$\begin{gathered}\mathbf{F}_{21}=\frac{q_1\sigma R_0}{\varepsilon_0 rc}\Big\{\mathbf{r}_{21}\Big[(\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2)^2(1-\cos\theta_4)+\mathbf{v}_1\mathbf{v}_2\cos\theta_1\cos\theta_2\Big]-\\ -\mathbf{v}_1 r\mathbf{v}_2\cos\theta_2-\mathbf{v}_2 r\mathbf{v}_1\cos\theta_1+\Big[\mathbf{r}_{21}r(\mathbf{a}_1-\mathbf{a}_2)\cos\theta_5-(\mathbf{a}_1-\mathbf{a}_2)r^2\Big]\Big\}\end{gathered}\tag{9.10}$$

В частности, когда заряд q_1 внутри сферы неподвижен, т. е. $\mathbf{v}_1=0$, $\mathbf{a}_1=0$,

$$\mathbf{F}_{21}=\frac{q_1\sigma R_0}{\varepsilon_0 rc^2}\Big\{\mathbf{r}_{21}\Big(\mathbf{v}_2^2(1-\cos\theta_2)\Big)-\mathbf{a}_2 r^2-\mathbf{r}_{21}r\mathbf{a}_2\cos\theta_5\Big\}\tag{9.11}$$

Симметрично для случая, когда заряды на сфере покоятся, а заряд внутри сферы движется.

$$\mathbf{F}_{21}=\frac{q_1\sigma R_0}{\varepsilon_0 rc^2}\Big\{\mathbf{r}_{21}\Big[\mathbf{v}_1^2(1-\cos\theta_1)\Big]+\Big[+\mathbf{r}_{21}(\mathbf{r}_{21}\cdot\mathbf{a}_1)-\mathbf{a}_1 r^2\Big]\Big\}\tag{9.12}$$

Если заряды на сфере и заряд внутри сферы неподвижны, то (9.10) равно нулю. На покоящийся заряд внутри заряженной сферы с неподвижными зарядами сила действовать не будет.

§ 10. ЭНЕРГИЯ, ИМПУЛЬС, МОМЕНТ СИЛЫ.

Выясним механические свойства рассматриваемой системы двух зарядов. Сразу отметим: формулы (4.1)–(4.3) предполагают, что на эту систему действуют внешние силы, сообщающие зарядам скорости и ускорения, фигурирующие в формулах. Формулы для сил $\mathbf{F}_{12}$ и $\mathbf{F}_{21}$ содержат нецентральные слагаемые, что не дает возможности непосредственно переносить на рассматриваемую систему классические теоремы механики о внутренних силах. Однако главный вектор внутренних сил системы

$$\mathbf{F}_{\text{int}} = \mathbf{F}_{12} + \mathbf{F}_{21} \equiv 0 \tag{10.1}$$

Интегрируя это тождество по времени и вдоль произвольной траектории в пространстве, получим

$$\int\limits_A \mathbf{F}_{\text{int}} dt = \text{const} \tag{10.2}$$

$$\int\limits_B \mathbf{F}_{\text{int}} dx = 0 \tag{10.3}$$

Утверждения (10.2) и (10.3) можно сформулировать словесно.

Теорема 1. *Внутренние силы не изменяют импульса системы*.

Теорема 2. *Внутренние силы системы не производят работы*.

Найдем теперь момент внутренних сил. Пусть O – произвольная точка пространства, и $\mathbf{r}_1$ – радиус-вектор из O к заряду q_1, а $\mathbf{r}_2$ – радиус-вектор из O к заряду q_2. Главный момент внутренних сил относительно точки O

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{\text{int}} &= \mathbf{r}_1 \times \mathbf{F}_{21} + \mathbf{r}_2 \times \mathbf{F}_{12} = (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \times \mathbf{F}_{21} = (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) \times \mathbf{F}_{12} = \\ &= \mathbf{r}_{21} \times \mathbf{F}_{21} = \mathbf{r}_{12} \times \mathbf{F}_{12} \end{aligned} \tag{10.4}$$

Соотношение (10.4) означает, что доказана.

Теорема 3. *Момент силы, передаваемый системе извне, не зависимо от точки приложения создает моменты сил, действующие на заряды.*

Эти моменты равны по модулю и сонаправлены, они описывают взаимодействие зарядов. Их можно рассматривать как пару сил, приложенную к концам радиуса-вектора.

Понятие пары сил в механике обычно применяется к анализу движения твердого тела. Пара сил определяет вращение твердого тела, если она не равна нулю, т. е ее плечо не равно нулю. Если же плечо равно нулю, т. е силы в паре направлены противоположно, но не по параллельным прямым, а по одной и той же прямой, то такая пара сил не оказывает влияния на движение твердого тела.

По точному смыслу Теоремы 3 мы применяем понятие пары сил к радиус-вектору, точнее к его концам. Эта пара сил не только вращает радиус-вектор, но и деформирует: растягивает или сжимает. Если силы направлены по одной прямой навстречу друг другу, радиус-вектор сжимается без вращения. Если же друг от друга, то растягивается. Как раз этот случай соответствует радиальным силам. Так что в нашем случае имеет понятный физический смысл и пара сил, направленная по одной прямой.

На концах радиус-вектора у нас находятся заряды. Так мы приходим к вопросу о связи Теоремы 3 с третьим законом Ньютона. Широко распространено мнение, что противоположная направленность силы действия и противодействия в нем означает, что силы направлены по одной прямой навстречу друг другу. Автору приходилось слышать это утверждение даже от профессоров механики. Из такого понимания выводится и убежденность, что все нерадиальные силы не могут удовлетворять третьему закону Ньютона. В этом видится, например, порок формулы для силы Лоренца в электродинамике: она содержит нерадиальное слагаемое и уже из-за этого якобы не может удовлетворять третьему закону Ньютона. См., например, [25]. В этом иногда даже видят преимущество электродинамики: вот настолько она общая теория.

Конечно, пока речь идет о точечных массах, другого нам просто не дано. Но ситуация совершенно меняется, когда мы говорим о реальных физических телах конечного размера.

В первом параграфе уже говорилось о том, что все силы в физике XVIII-XIX веков были радиальны. Эта традиция, как мы видим, перешла и в век XX-ый. Однако трудно согласиться с этой точкой зрения. Ведь, если бы это было так, невозможна была бы, например, игра в бильярд: пассивный шар просто продолжал бы траекторию движения ударяющего. Короче, такое понимание оставляет при взаимодействии механических тел только лобовой удар и исключает все косые. Поэтому в первом варианте английского издания этой книги было написано, что Теорема_3 обобщает третий закон Ньютона. Только недавно мне попался учебник [35], где автор, излагая третий закон Ньютона, как раз подчеркивает, что силы действия и противодействия в общем случае направлены именно по параллельным и не обязательно совпадающим прямым. И в качестве примера он приводит взаимодействие “магнитных полюсов”.

Так что теперь мы можем спокойно утверждать, что Теорема 3 просто подтверждает справедливость третьего закона Ньютона в обобщенной электродинамике.

Для этого, правда, третий закон Ньютона надо сформулировать следующим образом : *при столкновении тел момент силы действия равен по модулю и сонаправлен с моментом силы противодействия*.

Читатель, не согласный с такой формулировкой, может рассматривать Теорему 3 как обобщение третьего закона Ньютона на электродинамику.

Рассмотрим поясняющие примеры.

Пример 1

Найдем момент силы, действующий на заряды в примере 3 раздела 5. Сила $\mathbf{F}_{21}$ задается соотношением (5.6).

$$\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{F}_{21} = \frac{-2q_1 q_2 v \cos\theta}{2\pi\varepsilon_0 r^2 c^2}(\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{v}) = \mathbf{r}_{12} \times \mathbf{F}_{12}$$

Момент создается только нерадиальной компонентой силы, при этом работают оба плеча пары.

Пример 2

Найдем момент силы, действующий на заряды в примере 3 раздела 7. Сила $\mathbf{F}_{21}$ задается соотношением (7.3).

$$\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{F}_{21} = \frac{q_1 \lambda v_1}{2\pi\varepsilon_0 r c^2}\left[(\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{v}_2) - (\mathbf{r}_{21} \times (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)|\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2|)\right] = \mathbf{r}_{12} \times \mathbf{F}_{12} \quad (10.6)$$

Заметим, что согласно традиционной формуле Лоренца справедливо только первое из равенств (10.6), т.е. второе плечо пары сил по этой формуле "не работает". Сила Лоренца предсказывает появление не только радиальной, но и направленной по скорости силы. Механически это означает, что она предсказывает не только лобовой, но и косой удар между двумя шарами, но утверждает, что вращаться будет только один из шаров.

§ 11. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Повторим кратко сказанное:

1. Предложено новое определение электродинамических сил, включающее в себя формулы Вебера, Лоренца, Уитакера, Ампера, Неймана в качестве своих частных случаев. При получении формулы использованы два представления о силе в механике: сила как градиент энергии и сила как производная по времени от импульса. Как выясняется, эти подходы не эквивалентны, а составляют две существенно разные компоненты в полевом представлении о силе. При этом в механике речь идет об энергии и импульсе отдельных тел и полей, тогда как в формуле (2.1) фигурируют энергия и импульс взаимодействия равноправных полей.

Компонента силы, получаемая как градиент энергии, задает кулонову силу и некоторую симметризацию формулы для силы Лоренца, выраженную в абсолютных скоростях. Компонента же силы, получаемая как производная по времени от импульса, задает составляющую силы, зависящую от разности скоростей и ускорений. Эта компонента обобщает формулу Вебера и современную теорию излучения. Формула также предсказывает появление составляющих силы третьего порядка малости по c, которые по-видимому играют существенную роль в электрослабом взаимодействии, но не разбираются подробно в данной брошюре.

2. Конструктивной основой предложенной формулы для силы являются электрические и магнитные поля, порождаемые движущимися зарядами. Для нахождения полей предложены уравнения, обобщающие классические уравнения Максвелла. Эти уравнения в отличие от классических инвариантны по отношению к преобразованиям Галилея и Лоренц – неинварианты. Найдены частные решения этих уравнений, для которых вычислены силы взаимодействия по предложенной формуле. Эти частные решения описывают поля, порожденные движущимися зарядами. Описание световой волны требует других начальных условий (см. [17], [37]).

3. Рассмотрены примеры.

"Игра электронов" исследует случай взаимодействия отдельных движущихся зарядов, случай, который не удается проанализировать в классических терминах. Нетривиальным фактом оказывается то, что между двумя зарядами одного знака появляется сила притяжения и сила, направленная по скорости зарядов. Эти силы объясняют известный инженерам факт автофазировки пучка электронов.

Из другого рассмотренного примера следует, что электрон, вращающийся вокруг ядра не должен излучать. Отсюда следует, что не всякое ускорение заряда приводит к излучению. Так в любом электровакуумном приборе ускорения электронов вблизи катода максимальны. Опыт же показывает, что пространство вблизи катода наиболее темный участок. Классическая теория не может объяснить этого. Из предлагаемой же формулы этот факт вытекает очевидным образом. В брошюре не разбирается, но можно показать, что формулы (4.1)–(4.3) предсказывают появление силы в опыте Бома-Ааронова.

4. Показано, что эфир пронизывает не только свободное пространство, но и материальные тела. Различия в массовой плотности и сжимаемости эфира в телах и свободном пространстве приводит к известным эффектам втягивания диэлектриков в конденсатор, а также втягивания и выталкивания пара- и диамагнетиков в магнитном поле.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. *А. Пуанкаре* "О науке", М., Наука, 1983, с. 68–69.
2. *Докторович З. И.* Парадоксы электромагнетизма и методы их устранения. Естествознание т. I, № 3, 1996, с. 15–27.
3. *Spencer D. E. and Shama U. Y.,* "Gauss and electrodynamics force", The mathematical Heritage of C. F. Gauss, World Scientific, Conference Singapore, 1991, p. 693–694.
4. *Парселл Э.* Электричество и магнетизм, М, Наука, 1983.
5. *Седов Л. И.* Механика сплошной среды. М, Наука, 1976, т. 1, с. 307–308.
6. *Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М.*, Фейнмановские лекции по физике, т. 6, Мир, М., 1977.
7. *Е. Д. Спенсер, У. Шама.* Новая интерпретация эксперимента Хейфеле-Китинга. Фундаментальные проблемы естествознания. Материалы международного научного конгресса, С.Пб, 1998.
8. *К. Е. Реншоу* Непосредственная проверка лоренцева сокращения. Фундаментальные проблемы естествознания. Материалы международного научного конгресса. С.Пб, 1998.
9. Новые идеи в естествознании (по материалам III Международной Конференции "Пространства, время, тяготение". 1, ч. 1, С.Пб, 1995.
10. *S. Marinov,* Divine Electromagnetism, p. 82 (Eeast-West, Graz, 1993).
11. *H. Grassman,* "Eine Theorie der Elektrodynamik. Annalen der Physik und Chemic 64, 1-18 (1845).
12. *A. A. Ampere,* Memoires de 1'Academi de Paris 6, 175 (1823).
13. *E. T. Whittaker, A* History of the Theories of Aether & Electricity, p. 91 (Longman, Green and Co. London, 1910).
14. *П. Д. Пруссов.* Явление эфира, ч. 2, стр. 35, Николаев, 1994.
15. *Ю. К. Сахаров.* Противоречие современных концепции излучения заряженных частиц и строения атома. Проблемы пространства, времени, тяготения, С-Пб, 1997, Политехника.

16. *Фейман Р., Лейтон Р., Сэндс М.* Феймановские лекции по физике, М, Мир, т. 5, стр. 99.

17. *J. G. Klyushin.* Wave solution of generalized Maxwell equations and quantum mechanics, p. 1, Galilean electrodynamics, special issues, number 2, 2004.

18. *J. G. Klyushin.* Electro-and-Gravy-dynamics. Journal of New Energy, vol. 7, number 3, p. 57.

19. *J. G. Klyushin.* Mechanical Dimensionality for Electrodynamics Quantities, Ibid, p. 53.

20. *J. G. Klyushin.* Proton Structure: an Experimental Approach. Proceedings of the natural philosophy alliance, vol. 1, number 1, spring 2004, p. 51.

21. *J. G. Klyushin.* Hydrogen Atom Construction: Non-Bohr Approach, Ibid, p. 45.

22. *J. G. Klyushin.* A Field Generalization for the Laurentz Force Formula, Galilean electrodynamics, vol. 11, number 5, p. 83, 2000.

23. www.physical-congress.spb.ru.

24. *H. R. Hertz*. Electric Waves (Dover, NY, 1962, ch.14).

25. *T. E. Phips*, Jr. Old Physics for New, Apeiron, Montreal, 2006.

26. *Voigt. W.* II Goebt Nachr.-1887.-s.41.

27. *A. A. Eichenwald*, Ann.Phys. (Leipzig),11,1(1903).

28. *А. А. Эйхенвальд*. Избранные работы. -М.: Знание, 1956. -С. 9–109.

29. *А. А. Эйхенвальд*. О магнитном действии тел, движущихся в электростатическом поле. -М.:Университет, 1904. -144 с.

30. *М. Борн*. Теория относительности Эйнштейна и ее физические основы. (пер. с немецкого). Л. -М.: ОНТИ, 1938. -268 с.

31. *W. Weber*. Werke (Springer, Berlin, 1893), v. 3, p. 25–214.

32. *P. Graneau*, Ampere-Newmann “Electrodynamics of Metals” (Hadronic Press, Palm Harbor, F11, 1994) 2nd ed.

33. *P. and N. Graneau*, “Newtonian Electrodynamics” (World Scientific, Singapore, 1996).

34. Математическая Энциклопедия, Советская Энциклопедия, М.-1977, с. 715.

35. *К. А. Путилов*. Курс физики. Физматгиз. 1963.

36. *Я. Г. Клюшин*. Основы современной электродинамики. С-Пб, Россия, 2006.

37. *Я. Г. Клюшин*. Волновое решение обобщенных уравнений Максвелла и квантовая механика. Фундаментальные проблемы естествознания и техники, с. 87–121. Труды конгресса 2002, С-Пб, 2002.

О МЕХАНИЧЕСКИХ РАЗМЕРНОСТЯХ ЭЛЕКТРО- И ГРАВИДИНАМИЧЕСКОГО ПОЛЕЙ

В соответствии с законом Всемирного Тяготения масса M на расстоянии r создает статическое гравитационное поле:

$$\mathbf{G} = \frac{\gamma \cdot M}{r^2}.$$

Учитывая, что гравитационная постоянная γ имеет размерность $\text{м}^3 / \text{кгс}^2$, получим, что статическое гравитационное поле имеет размерность ускорения $\text{м}/\text{с}^2$.

Электрический заряд q на расстоянии r создает статическое электрическое поле:

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

где ε_0 – электрическая постоянная.

Однако о его механической размерности мы ничего не можем сказать, пока не определим механическую размерность заряда q.

Если бы это удалось, мы получили бы четкую, формульную связь между механикой и электродинамикой и, в частности, между гравитацией и электричеством. В работах автора [2], [6] показано, что электрический заряд имеет механическую размерность кг/с, а электрическое поле размерность скорости $\text{м}/\text{с}$. Электрическая постоянная ε_0 имеет размерность массовой плотности $\text{кг}/\text{м}^3$. Ее физический смысл – плотность свободного эфира. Приложение 1 посвящено распространению полученных результатов на электродинамическое и гравидинамическое поля.

В работах [1], [2] предложено описывать гравитационное поле уравнениями максвелловского типа, в которых, однако, вместо первых производных по времени фигурируют вторые. Это означает, в частности, что гравитационное поле понимается как поле ускорений в отличие от электрического поля, которое является полем скоростей. Соответственно эти поля характеризуются константами размерности ускорения для гравитационного и размерности скорости (скорость света) для электрического поля. При этом для гравитационного поля сохраняются естественные механические размерности, в частности, его зарядом является масса, а само поле имеет размерность ускорения. В электродинамике используются несколько систем размерностей. В известных автору случаях специалисты, использующие ту или иную систему, являются ее горячими сторонниками и не видят проблем с ее использованием.

Конечно, можно сказать, что физику вообще и электродинамику в частности можно изучать на любом языке: хоть на английском, хоть на русском, хоть китайском. Тем не менее, есть единственный, выделенный язык, на котором лучше всего работает наша интуиция, на котором точнее всего формулируются наши утверждения, на котором мы лучше всего понимаем взаимосвязь явлений. Это наш родной язык.

Есть ли такой язык у физиков? Представляется, что да. Таким языком, несомненно, является язык механики. Поэтому упомянутый выше способ описания гравитационного поля надо считать естественным, тогда как все ныне принятые системы размерностей в электродинамике неудовлетворительными. Если электрическое поле является полем скоростей, т. е. оно имеет размерность скорости, то все электродинамические величины получают механические размерности. В частности электрический заряд имеет размерность $\text{кг}/\text{с}$, т. е. является производной по времени от массы. В разное время разные авторы приходили к этому выводу, иногда исходя из совсем других соображений. Упомянем здесь работы Ацюковского [3] и Пруссова [4]. Но для количественного анализа нам, конечно, мало знать размерности описываемых объектов, нам надо перевести принятые электродинамические величины в величины механические. Вот что пишет на стр. 49 работы [3] В. А. Ацюковский, рассуждая на эту тему. Он приходит к выводу, что электрическая постоянная ε_0 имеет смысл массовой плотности эфира ρ, что размерность фарада соответствует размерности $\text{кг}/\text{м}^2$ и т. к. $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}\ \text{Ф}/\text{м}$, то делает он вывод, ρ должно быть равно $8.85 \cdot 10^{-12}\ \text{кг}/\text{м}^3$.

Но в этом рассуждении имеется один логический порок: ведь из того, что емкость измеряется в фарадах и в $\text{кг}/\text{м}^2$ вовсе не следует, что $1\text{Ф} = 1\text{кг}/\text{м}^2$. А именно соотношение между единицами и надо узнать, чтобы перевести одно в другое. Ведь из того, что масса измеряется в килограммах и граммах еще не следует, что $1\text{г} = 1\text{кг}$. Поэтому и последующие численные оценки в книге Ацюковского оказываются неестественными. Ответ на вопрос должен нам дать эксперимент, в котором сравниваются именно электрические и гравитационные силы.

Наиболее известным экспериментом, определяющим связь между гравитацией и электродинамикой, является эксперимент, определяющий соотношение между силой гравитационного притяжения и электрического отталкивания двух электронов.

$$\frac{\mathbf{F}_e}{\mathbf{F}_g} = \frac{q^2}{4\pi\gamma\varepsilon_0 m^2} = 4.47 \cdot 10^{42} \tag{1}$$

Выписанное число взято из Фейнмановских лекций [9].

Здесь q – заряд, а m – масса электрона, ε_0 и γ – электрическая и гравитационная постоянные. Чтобы воспользоваться этим соотношением, нам надо принять некоторую модель элементарной частицы вообще и электрона в частности. Многими авторами (кроме уже упоминавшихся Ацюковского и Пруссова, отметим здесь Ф. М. Канарева [5]) были предложены модели элементарных частиц в виде тора. Частицы эфира, зачеркивающие тор, совершают два вращательных движения: в экваториальной и меридиональной плоскостях. На этом сходство в моделях упомянутых авторов и автора данной статьи заканчивается: этим вращением придается различный физический смысл. Автор данной статьи считает, что экваториальное вращение тора задает заряд, а меридиональное вращение – спин частицы.

Так что заряд электрона

$$q = m\omega \tag{2}$$

где m – масса, а ω – угловая скорость экваториального вращения тора. Такой вид заряда является естественным следствием представления о переносном движении в кинематике. Напомним, что там скорость переносного движения массивной точки связывается с вращением и описывается векторным произведением радиуса – вектора и угловой скорости, что и было использовано автором в работе [6].

Подставив (2) в (1), получим

$$\frac{\omega^2}{4\pi\gamma\varepsilon_0} = 4.17 \cdot 10^{42} \tag{3}$$

Нам теперь придется сделать некоторые предположения о соотношении между гравитационной постоянной $4\pi\gamma$ и электрической постоянной ε_0. Из рассуждений работы [2] следует, что электрическое поле является частным случаем гравитационного. Поэтому константа в законе всемирного тяготения и величина, обратная ε_0 в законе Кулона должны быть численно равны друг другу (возможно, с точностью до 2π).

Разница же в размерностях вызвана разностью в размерностях электрического заряда и массы, а разница в величине статических сил – величиной угловой скорости ω в (2).

Напомним, что величина, обратная гравитационной постоянной $1/\gamma$ имеет размерность $\text{кг}/\text{м}^3\text{с}^2$, а механическая размерность ε_0 $\text{кг}/\text{м}^3$.

Предположение:

$$8\pi^2\gamma\varepsilon_0 = 1 \ \text{рад}^2/\text{с}^2 \tag{4}$$

Справа здесь в (4) стоит квадрат единичной угловой скорости. Другими словами мы предполагаем, что $1/4\pi\gamma$ и ε_0 численно совпадают с точностью до 2π.

С учетом (4) из (3) получаем

$$\omega = 8.1 \cdot 10^{20} \ \text{рад/с} \tag{5}$$

Отметим, что это число близко к Комптоновской угловой скорости электрона

$$\omega_c = 7.8 \cdot 10^{20} \text{ рад/с} \qquad (6)$$

Так что с учетом ошибок эксперимента мы можем принять за угловую скорость экваториального вращения тора, создающего электрон, именно число (6). Это число оказывается согласованным с данными спектрального анализа в рамках эфирной (неборовской) модели атомов и элементарных частиц ([7], [8]). Автору не известны какие-либо твердо установленные экспериментальные факты, которые бы противоречили оценке (6).

Используя полученные значения угловой скорости (6), мы можем выразить все электродинамические величины в механических размерностях. Приведем некоторые из них:

Заряд электрона:

$$e = 7.1 \cdot 10^{-10} \ \frac{\text{кг}}{\text{с}} \qquad (7)$$

Соответственно:

$$1\,\text{Кл} = 4.44 \cdot 10^{9} \ \frac{\text{кг}}{\text{с}} \qquad (8)$$

Электрическая постоянная:

$$\varepsilon_0 = 1.9 \cdot 10^{8} \ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \qquad (9)$$

Магнитная постоянная:

$$\mu_0 = 5.84 \cdot 10^{-26} \ \frac{\text{мс}^2}{\text{кг}} \qquad (10)$$

Электрическая постоянная имеет смысл массовой плотности свободного эфира, а магнитная постоянная – его сжимаемости.

Импеданс свободного эфира:

$$1/\varepsilon_0\, e = 1.75 \cdot 10^{-17} \ \frac{\text{м}^2\text{с}}{\text{кг}} \qquad (11)$$

Как известно, этот импеданс равен $377\ \text{Ом}$, так что

$$1\,\text{Ом} = 4.65 \cdot 10^{-20}\ \frac{\text{м}^2\text{с}}{\text{кг}} \tag{12}$$

$$1\,\text{А} = 4.44 \cdot 10^{9}\ \frac{\text{кг}}{\text{с}^2} \tag{13}$$

$$1\,\text{В} = 1\,\text{Ом} \cdot 1\,\text{А} = 2.07 \cdot 10^{-10}\ \frac{\text{м}^2}{\text{с}} \tag{14}$$

Как правильно считал Ацюковский [3], емкость в механической системе имеет размерность в $\text{кг}/\text{м}^2$. Однако

$$1\,\Phi = \frac{1\,\text{Кл}}{1\,\text{В}} = 2.14 \cdot 10^{19}\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^2} \tag{15}$$

а не $1\,\text{кг}/\text{м}^2$.

Значение остальных электродинамических величин в механических размерностях находятся аналогично. В предыдущих работах автора использовалось значение угловой скорости (5), а не (6). Так что полученные оценки надо считать уточненными.

Проблем с переходом к механической системе размерностей для гравидинамического поля не возникает. Как и в статическом случае, оно имеет размерность ускорения и характеризуется некоторой константой ускорения a, играющей для него ту же роль, что скорость света c для электродинамики. Заметим при этом, что статическую гравитационную силу $m\mathbf{G}$ и статическую электрическую силу $q\mathbf{E}$ можно рассматривать как два слагаемых в силе Ньютона, определяемой как производная по времени от импульса.

$$\frac{d}{dt}(m\mathbf{V}) = m\mathbf{G} + q\mathbf{E} \tag{16}$$

где $\mathbf{G} = d\mathbf{V}/dt$, $q = dm/dt$, $\mathbf{E} = \mathbf{V}$.

Более детально связь между гравитацией и электричеством рассматривается в работе [2].

Литература к Приложению 1

1. *Я. Г. Клюшин*. Некоторые следствия максвеловского подхода к описанию гравитации. Из-во: Любавич, С-Пб, 1993.

2. *Я. Г. Клюшин*. Электро- и гравидинамика. Фундаментальные проблемы естествознания и техники, Труды конгресса 2004, т. 29, стр. 138, С-Пб, 2005.

3. *В. А. Ацюковский*. Общая эфиродинамика, М. Энергоатомиздат, 1990.

4. *П. Д. Пруссов*. Физика эфира, Николаев, 2003.

5. *Ф. М. Канарев*. Начала физхимии микромира, Краснодар, 2002.

6. *Я. Г. Клюшин*. Механические размерности электродинамических величин. Фундаментальные проблемы естествознания и техники, Труды конгресса, 2000, вып. 22, т. 2, стр. 215.

7. *Я. Г. Клюшин*. Структура протона: экспериментальный подход. Фундаментальные проблемы естествознания и техники. Труды конгресса 2004, С-Пб, вып. 28, стр. 173.

8. *Я. Г. Клюшин*. Структура атома водорода: неборовский подход. Ibid, стр. 155.

9. *Фейман Р., Лейтон Р., Сэндс М.* Фейнмановская лекция по физике. Мир, М, 1877, т. 1, стр. 138.

О СВЯЗИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО И ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЕЙ

Когда Эйнштейн от анализа электрического поля перешел к анализу поля гравитационного, своим первым постулатом об эквивалентности гравитационного поля ускорению он фактически заявил, что рассматривает гравитационное поле как поле ускорений. Дальнейшим логическим шагом было бы введение новой константы, имеющей размерность ускорения и характеризующей гравитационное поле примерно в том же смысле, в каком скорость света характеризует электрическое поле как поле скоростей. Эйнштейн не пошел этим путем. Результат известен: общая теория относительности остается примером высокой математической изощренности, не имеющей прикладного значения.

Автором данного эссе было предложено описывать гравитационное поле уравнениями максвелловского типа, в которых, однако, первые производные по времени заменены на вторые.

Результаты рассмотрения предсказывают смещение перигелиев планет, дифференциальный характер вращения солнца и газожидких планет, дрейф зенных континентов, наблюдаемый характер океанических и атмосферных течений, близость орбит естественных спутников к экваториальным плоскостям центральных тел и ряд других.

Исторический обзор

Когда Гаусс и его ученик Вебер предложили свои обобщения закона Кулона на случай движущихся зарядов, многие исследователи немедленно попытались перенести формулы Гаусса и Вебера на гравитационное поле. Сходство между законами Ньютона и Кулона ведь столь разительно.

Динамическая часть формул Гаусса и Вебера зависит от разности скоростей электрических зарядов. Цельнер (1882), Тиссеран (1892), Бернар (1890) и ряд других проделали соответствующие вычисления, пытаясь объяснить сдвиг перигелия Меркурия. Эта проблема остро стояла в то время, т. к. наблюдения показывали, что перигелий Меркурия сдвигается приблизительно на 43″ в столетие, а попытки объяснить это в рамках закона тяготения не удавались. Однако формула Вебера предсказывала только 14″ в столетие, а формула Гаусса только 28″ в столетие. Эти попытки возобновились в связи с волной интереса к работам Гаусса и Вебера в последнее время [1], [2].

Исторически первым, кому удалось получить требуемые 43″, был Гербер [3]. О его работе вспомнили, когда 43″ были получены Эйнштейном. Работа Гербера была вновь опубликована, [4], после чего началась ожесточенная дискуссия, в которой интересы государств, финансовых и научных кругов, к сожалению, оказывали во многом предопределяющее влияние на окончательные научные выводы. Впрочем, нечто подобное мы наблюдаем и в настоящее время. В конце концов было решено, что формула Гербера является подгонкой под заранее известный результат и пальма первенства была отдана общей теории относительности (ОТО), тем более, что из ОТО следовали еще два предсказания: гравитационное красное смещение и двойное отклонение луча в поле солнца, которые были, якобы, подтверждены экспериментом. Довольно скоро выяснилось, что гравитационное красное смещение следует уже из закона Ньютона. В последнее время подвергается сомнению и экспериментальная проверка второго из упомянутых эффектов. Остается неясным, как в начале 20 века удалось выделить требуемый эффект на фоне неспокойного солнца, хотя эта задача не под силу и технике 21 века. Главное же, что подрывает веру ОТО – это отсутствие приложений.

Когда к началу 90-х годов полевая теория Максвелла вытеснила подход Гаусса и Вебера, попытки перенести на гравитацию законы электродинамики возобновились. Первым такую попытку сделал сам Максвелл, который, однако, пришел к выводу, что прямой перенос противоречит закону сохранения энергии. К этому выводу он пришел во многом потому, что в законах всемирного тяготения и Кулона разные знаки: два одинаковых электрических заряда отталкиваются, а две массы притягиваются. Несмотря на это, такие попытки продолжались и в Англии, и во Франции и в России. Наиболее известна попытка Хевисайда [5]. Эта попытка, как и многие другие, более поздние и совсем недавние, уже в 20 веке, оказались неудачными. Причин для таких неудач можно привести много. Укажем на одну, связанную с возражениями Максвелла.

Ведь полевые уравнения сами по себе еще не описывают ни взаимодействия зарядов, ни взаимодействия полей, порожденных движением этих зарядов.

Современная электродинамика состоит из 2-х частей: уравнений Максвелла и формулы Лоренца для силы взаимодействия. Взаимодействия чего?

Гаусс и Вебер [1], [2], а также, предлагавшие свои формулы Грассман [6], Ампер [7] и Уиттакер [8] говорили о взаимодействии зарядов. Казалось бы, при полевом подходе надо предложить формулу, которая бы описывала взаимодействие полей, а не зарядов.

Формула Лоренца заняла промежуточную позицию. Она выделяет один заряд, который называет пробным, и который, как бы, не создает своих полей, и говорит о взаимодействии этого выделенного заряда с полями, созданными другими зарядами, которые эти поля порождают в соответствии с уравнениями Максвелла.

Такой подход имеет ряд недостатков. Один из них такой: формула для силы Лоренца несимметрична. Она допускает ситуации, когда один заряд действует на другой, а этот другой на первый не действует; т. е. нарушается третий закон Ньютона.

Это можно сказать и по-другому. В соответствии с уравнениями Максвелла, выразив поля через заряды, мы можем эти решения подставить вместо полей в формулу для силы Лоренца. В результате, как нетрудно проверить, в тех случаях, когда мы знаем решение уравнений Максвелла, формула Лоренца сводится к формуле Грассмана.

Иначе говоря, если мы ограничиваем описание взаимодействия электромагнитных полей формулой Лоренца, все уравнения Максвелла оказываются излишней обузой, а мы сразу можем воспользоваться формулой Грассмана. Но формула Грассмана описывает весьма частные случаи взаимодействия зарядов. Другие случаи описываются другими формулами, в частности, упоминавшимися выше.

Сказанное означает, что прежде, чем ставить вопрос о переносе электродинамических идей на гравитацию, нам следовало бы разобраться с проблемами самой электродинамики.

Почему, однако, не были предложены формулы для силы взаимодействия полей, порожденных движением двух равноправных зарядов или фотонов?

Главное возражение состоит в том, что два поля, якобы, не взаимодействуют. Пример: два пучка света, которые свободно проходят друг сквозь друга. А по современным представлениям фотоны и есть передатчики поля. Мы вернемся к этому вопросу ниже.

Обобщение уравнений электродинамики

Автором данной статьи были предложены обобщения уравнения Максвелла, и найдены их решения для случая зарядов и фотонов и предложена формула для силы взаимодействия полей, создаваемых движением зарядов и фотонов [9], [10].

Оказалось, что фотоны описываются существенно комплексными функциями. Решения для зарядов и фотонов соответствуют различным начальным условиям. Таким образом, поля, создаваемые зарядами и фотонами – это разные частные решения обобщенных уравнений Максвелла.

Была предложена формула дл взаимодействия полей, обобщающая формулу для силы Лоренца, покрывающая все упомянутые выше формулы и предсказывающая ряд новых эффектов, например, кластер-эффект.

При построении обобщенной формулы для силы взаимодействия полей были использованы два представления о силе. Первый – это представление Гюйгенса о силе как о градиенте энергии, а второй – это понимание Ньютоном силы как производной по времени от импульса. В современной механике оба эти подхода применяются для анализа движения отдельных тел, хотя по самому смыслу понятие силы должно характеризовать нам некое взаимодействие. Считается, что эти определения силы эквиваленты. И это, действительно так, если речь идет об отдельных телах с постоянной массой.

Положение существенно меняется, если речь идет о взаимодействии полей. Ограничимся случаем полей, порожденных движением двух электрических зарядов. Эти поля зависят от зарядов, их расстояний друг от друга и их скоростей. Взяв скалярное произведение электрических полей, мы получим энергию их взаимодействия, а взяв векторное произведение магнитных полей, – импульс взаимодействия. Однако, вычисление соответствующих производных приводит нас к двум разным представлениям о силе взаимодействия полей: градиент энергии дает нам силу Кулона, Лоренца (Грассмана), Уиттакера и Ампера. Динамическая часть этой силы зависит от произведения скоростей зарядов и равна нулю, если хотя бы один из зарядов не движется.

Догматизация силы Лоренца в современной физике привела к странному утверждению в учебниках, что взаимодействие двух покоящихся и одного покоящегося, а другого движущегося зарядов одинаково и сводится к силе Кулона. Это, конечно, не так, и простой эксперимент подтверждает, что между покоящимся и движущимся зарядами появляется сила, дополнительная к Кулоновой.

Эту силу предсказывает вторая, Ньютонова часть обобщенной формулы, получаемая как производная по времени от импульса взаимодействия полей. Эта часть силы зависит от разности скоростей и ускорений. Она покрывает формулы для силы Гаусса и Вебера и добавляет в них новые слагаемые, симметризующие эти формулы. Ньютонова сила не содержит статической компоненты.

Результат известен: общая теория относительности остается примером высокой математической изощренности, не имеющей прикладного значения.

О гравидинамическом поле

В начале 80-х годов 20 века автором данной статьи был предложен вариационный «Принцип логарифма», из которого, в частности, следует, что гравитационное поле должно описываться уравнениями максвелловского типа, но со вторыми производными по времени вместо первых. Вместо скорости света c в них фигурирует постоянное ускорение a.

Формула для силы взаимодействия пробной массы и гравимагнитного поля, появляющегося в уравнениях гравидинамики, была сконструирована по типу формулы для силы Лоренца, только вместо скоростей электрических зарядов фигурировали ускорения масс. Эта схема была доложена в заседании Физического Общества Санкт-Петербурга в 1993г. и опубликована в [11].

В рамках предлагаемого подхода уже на этом этапе удалось объяснить ряд явлений, носящих заведомо гравитационный характер, но до настоящего времени не объясненных. Большинство предложенных объяснений связано наличием у гравитационного поля своего магнитного. Так вращение планет в гравимагнитном поле солнца приводит к появлению нескольких сил. Одна сила направлена по радиусу и приводит к смещению перигелиев орбит.

Вторая направлена к плоскости солнечного экватора и создает момент сил, прижимающий орбиту к плоскости солнечного экватора, что мы и наблюдаем у большинства планет и их естественных спутников. Ситуация здесь очень похожа на поведение рамки с электрическим током в магнитном поле.

Третья сила направлена по касательной к орбите планет и в зависимости от знака магнитного поля создает положительное или отрицательное касательное ускорение планет.

Эта же сила приводит к увеличению или уменьшению углового ускорения собственного вращения планет, к появлению атмосферных и океанических течений, дрейф зонных континентов. То, что для твердотельных планет проявляется как дрейф континентов, для Солнца и газожидких планет проявляется как дифференциальное вращение: скорость вращения экваториальных областей у этих планет больше, чем полярных.

С самого начала было ясно, что гравимагнитное поле тесно связано с электромагнитным. Ныне мы понимаем, что это просто одно и то же, а электрическое поле есть частный случай гравитационного. Так что можно говорить просто о магнитном поле. Известно, что магнитное поле земли испытывает существенные колебания и даже меняет знак. В настоящее время мы не знаем причины этих колебаний, но можем утверждать, что собственное вращение земли, характер океанических и атмосферных течений должны быть жестко связаны с такими колебаниями.

Обобщение уравнений гравидинамики по аналогии с электродинамикой привело к пониманию того, что взаимодействие двух масс зависит не только от их ускорений, но и от третьих и в четвертых производных по времени. При этом в законе тяготения появляется правильный знак.

Учет этих зависимостей, как можно надеяться, выявит новые связи в окружающем нас мире.

Заключение

Главным итогом сказанного надо считать выявление единства электрического и гравитационного полей. Гравитационное поле – это поле ускорений. Хотя при описании электрического поля используются скорости, оно тоже на самом деле есть поле ускорений, потому что электрический заряд математически есть производная от массы (см. подробнее [12]). Некоторым пояснением этой мысли может служить вид силы по Ньютону

$$\mathbf{F} = \frac{d}{dt}(m\mathbf{V}) = m\mathbf{a} + \frac{dm}{dt}\mathbf{V}$$

здесь m – масса, $\mathbf{V}$ – скорость, а $\mathbf{a}$ – ускорение тела.

Когда dm/dt описывает электрон (см. [12]), можно сказать, что первое слагаемое здесь описывает гравитационное, а второе – электрическое поле. Последнее часто выглядит существенно бóльшим, потому что велика производная dm/dt – электрический заряд. Его величина найдена и равна $7.3\cdot 10^{-10}$ кг/с для электрона и протона. Он создается вращением массы электрона $9 \cdot 10^{-31}$ кг с угловой скоростью $7.8 \cdot 10^{20}$ рад/с. Отсюда и известное соотношение между силой гравитационного притяжения двух электронов и их электрического отталкивания (см. подробно [13]).

Литература к Приложению 2

1. *Andre K. T.* Assis, Relational (Apeiron, Montreal, 1999).
2. *D. E. Spencer, G. Coutu, W. W. Bowley, U. Y. Shama, P. J. Mann.* “The Experimental Verification of the New Gaussian Equation for the Force between Moving Charges: Overhead Welding”, International Conference on Space, Time and Motion. September 23–29, 1996, St. Petersburg, Russia.
3. *Gerber P.* Die raumliche und zeitliche Auasberichtung der Gravitation, ztschr., math. Und phys., 1898, Bd. 43, p. 93–103.
4. *Gerber P.* Die raumliche und zeitliche Ausberturng der Gravitation. – Ann. Phys., 1917, bd. 52, p. 415–422.
5. *Heaviside O. A.* Gravitational and Electromagnetic Analogy. The Electrican, 1893, p. 281–282, 359.
6. *H. Grassman.* “Eine Theorie der Elektrodynamik. Annalen der Physic und Chemic 64, 1–18(1845)”.
7. *A. A. Ampere.* Memories de l` Academic de Pais 6, 175 (1823).
8. *E. T. Whittaker*, A History of the Theories of Aether & Electricity, p 91 (Longman, Green and Co. – London 1910).
9. *J. G. Klyushin.*”A field Generalization for the Lorentz Force Formula”, “Galilean Electrodynamics”; 11, 5, 90; 2000.
10. *J. G. Klyushin*. “Wave solution of Generalized Maxwell Equations and Quantum Mechanics” Part 1, Galilean Electrodynamics 15, Special Issues 2, GED- East, Fal 2004.
11. *J. G. Klyushin*. “On the Maxwell Approach to Gravity”, Report in seminar of St. Petersburg Physical Society. St. Petersburg, Russia, 1995.
12. *J. G. Klyushin*. “Electro- and Gravidynamics”, Journal of New Energy, v. 7, № 3, p. 57.

13. *J. G. Klyushin*. “Mechanical Dimensionality for Electrodynamic Quantities”, Journal of New Energy, v. 7, № 3, p. 51.

О ГРАВИДИНАМИЧЕСКОЙ СИЛЕ

Введение

В работе [1] было предложено обобщение уравнений Максвелла, включающее в себя полную первую производную по времени и найдено решение этой системы для случая полей, создаваемых электрическими зарядами. Взаимодействия полей, создаваемых разными зарядами, определяют энергию и импульс такого взаимодействия. Скалярное произведение определяет энергию, а векторное – импульс взаимодействия полей, а, следовательно, и зарядов. Вычислив градиент энергии взаимодействия, мы получим силу взаимодействия, как ее понимал Гюйгенс, а посчитав полную производную от импульса взаимодействия, получим силу взаимодействия по Ньютону. Оказалось, что и физический смысл и математический вид этих сил существенно различаются. Градиентная часть силы взаимодействия зависит от произведения скоростей зарядов и равна нулю, если хотя бы один из зарядов покоится. Эта часть включила в себя формулы для силы, ранее предложенные Ампером [2], Уиттакером [3] и Лоренцем. Последняя обычно определяется через взаимодействие одного выделенного заряда, называемого пробным, и полем, порожденным другим зарядом. Фактически она совпадает с формулой для взаимодействия двух зарядов, ранее предложенной Грассманом [4]. Отметим, что полученная в работе [1] формула в отличие от формулы Лоренца, ныне используемой в электродинамике, удовлетворяет третьему закону Ньютона.

Вторая, Ньютонова часть формулы, полученная для силы электродинамического взаимодействия, зависит от произведений разности скоростей и ускорений зарядов. Поэтому она предсказывает взаимодействие, в частности и между покоящимися и движущимися зарядами. Она содержит слагаемые, ранее предложенные для описания силы Гауссом и Вебером, но, как и в случае с формулой для силы Лоренца, добавляет члены, делающие силу Вебера симметричной. Часть этой силы обратно пропорциональна квадрату скорости света, как и градиентная часть, а частично она обратна кубу скорости света. Эти слагаемые, по-видимому, существенны при описании электрослабого взаимодействия.

Данная статья посвящена рассмотрению аналогичного подхода для описания взаимодействия гравитационных полей, создаваемых движущимися массами. Соответствующие поля описываются уравнениями максвелловского типа, в которых, однако первая полная производная по времени заменена на вторую. Можно сказать, что электричество – это поле скоростей, а гравитация – поле ускорений.

Из решений такой системы для двух движущихся масс строится энергия и импульс взаимодействия полей. Градиент скалярного произведения гравитационных полей и вторая производная по времени от векторного произведения гравимагнитных полей оказываются точными аналогами электродинамического взаимодействия. Только здесь уже силы зависят не только от скоростей и ускорений, но и от третьих и четвертых производных по времени.

1. Уравнения гравидинамического поля

Предлагается следующее описание гравидинамического поля. Пусть $\mathbf{G}$ – гравидинамическое, а $\mathbf{D}$ – гравимагнитное поля, порождаемые движущейся массой m, которая распределена в пространстве с плотностью ρ. Тогда функции, описывающие эти поля, должны удовлетворять следующей системе уравнений:

$$\operatorname{div}\mathbf{G} = \gamma\rho \tag{1.1}$$

$$\operatorname{div}\mathbf{D} = -\frac{\gamma\rho}{a} \tag{1.2}$$

$$\operatorname{rot}\mathbf{G} = -\frac{d^2\mathbf{D}}{dt^2} \tag{1.3}$$

$$a^2 \operatorname{rot}\mathbf{D} = \frac{d^2\mathbf{G}}{dt^2} \tag{1.4}$$

Здесь γ – гравитационная постоянная, а a – постоянная, имеющая размерность ускорения и играющая в гравидинамике ту же роль, что скорость света c в электродинамике. Таким образом, мы рассматриваем гравидинамическое поле как поле ускорений в отличие от электромагнитного поля, которое является полем скоростей. Система (1.1)–(1.4) аналогична обобщенным уравнениям Максвелла в [1]. Ее запись в таком виде порождает те же вопросы, что и традиционные уравнения Максвелла. А именно: для нахождения двух вектор-функций $\mathbf{G}$ и $\mathbf{D}$, которые являются неизвестными в системе (1.1)–(1.4), нам надо иметь два векторных уравнения, не больше и не меньше. Система же (1.1)–(1.4) содержит еще два дивергентных уравнения. Аккуратный анализ проблемы показывает, что на самом деле и в уравнениях Максвелла и в системе (1.1)–(1.4) дивергентные соотношения являются не уравнениями, а начальными условиями для $\mathbf{G}$ и $\mathbf{D}$, записанными в дивергентной форме. Поэтому вместо (1.1) и (1.2) мы будем писать

$$\mathbf{G}(0,\mathbf{r}) = \frac{\gamma\rho}{3}\mathbf{r} \tag{1.5}$$

$$\mathbf{D}(0,\mathbf{r}) = -\frac{\gamma\rho}{3a}\mathbf{r} \tag{1.6}$$

Вычислив дивергенцию от соотношений (1.5) и (1.6), придем к (1.1) и (1.2). Чтобы получить частное решение системы (1.3)–(1.4), кроме начальных условий (1.5)–(1.6) для самих полей нам надо задать начальные условия для их производных по времени. Эти условия должны быть сформулированы исходя из физической картины. Здесь мы примем для этих производных нулевые начальные условия

$$\mathbf{G}'(0,\mathbf{r}) = 0 \tag{1.7}$$

$$\mathbf{D}'(0,\mathbf{r}) = 0 \tag{1.8}$$

Другими словами мы считаем, что начальный импульс рассматриваемой массы равен нулю. Формально это означает, что как начальная скорость $d\mathbf{r}/dt$, так и начальная скорость изменения плотности массы $d\rho/dt$ равны нулю.

Пусть $\mathbf{r}_0$ – радиус минимальной сферы, содержащей рассматриваемую массу m. Для этой сферы примем следующие граничные условия

$$\mathbf{G}(t,\mathbf{r}_0) = -\frac{\gamma m}{4\pi r_0^3}\left[\frac{\mathbf{r}_0 \times \mathbf{w}}{a} - \mathbf{r}_0\right] \tag{1.9}$$

$$\mathbf{D}(t,\mathbf{r}_0) = -\frac{\gamma m}{4\pi r_0^3 a}\left[\frac{\mathbf{r}_0 \times \mathbf{w}}{a} + \mathbf{r}_0\right] \tag{1.10}$$

где $t \in [0,\infty]$.

Здесь $\mathbf{w}$ – ускорение массы m, получаемой интегрированием ρ по объему, занимаемому этой массой.

Условия (1.9)–(1.10) закрепляют поступательное и вращательное движение полей на границе объема, занятого массой m.

$\mathbf{G}(t,\mathbf{r})$ и $\mathbf{D}(t,\mathbf{r})$ – функции времени и радиус-вектора $\mathbf{r}$ в прямоугольных координатах (x_1, x_2, x_3). Мы ищем решение системы (1.3)–(1.4) при начальных условиях (1.5)–(1.6), (1.7)–(1.8) и граничных условиях (1.9)–(1.10). Пусть масса m движется со скоростью $\mathbf{v}$ и ускорением $\mathbf{w}$. Производные по времени от $\mathbf{w}$ будем обозначать точечками сверху. Так что $\dot{\mathbf{w}}$ и $\ddot{\mathbf{w}}$ – это третья и четвертая производная от радиуса-вектора.

Наложим следующее требование на характер движения массы m:

$$2(\mathbf{v} \times \dot{\mathbf{w}}) + \mathbf{r} \times \ddot{\mathbf{w}} = 0 \tag{1.11}$$

Это условие выполняется, например, для движения с постоянным ускорением или же в случае, когда вектор $\mathbf{v}$ коллинеарен $\dot{\mathbf{w}}$, а $\mathbf{r}$ коллинеарен $\ddot{\mathbf{w}}$. Последнее имеет место, например, для массы, колеблющейся вдоль одной прямой с постоянной амплитудой.

При выполнении условия (1.11) система (1.3)–(1.10) имеет решение

$$\mathbf{G} = -\frac{\gamma m}{4\pi r^3}\left[-\frac{\mathbf{r} \times \mathbf{w}}{a} + \mathbf{r}\right] \tag{1.12}$$

$$\mathbf{D} = -\frac{\gamma m}{4\pi r^3 a}\left[\frac{\mathbf{r} \times \mathbf{w}}{a} + \mathbf{r}\right] \tag{1.13}$$

Полученные решения показывают, что гравидинамические поля состоят не только из статической части, задаваемой начальными условиями (1.5)–(1.8) (второе слагаемое в квадратных скобках), но и из динамической, роторной части (первое слагаемое в квадратных скобках). Пусть теперь в пространстве движутся две массы m_1 и m_2, создавая поля $\mathbf{G}_1$, $\mathbf{D}_1$ и $\mathbf{G}_2$, $\mathbf{D}_2$. Их ускорения $\mathbf{w}_1$ и $\mathbf{w}_2$. Радиус-вектор от массы 2 к массе 1 обозначим через $\mathbf{r}_{21} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$, а его модуль через r. Здесь $\mathbf{r}_1$ и $\mathbf{r}_2$ – радиус-векторы к массам 1 и 2.

Примем следующую формулу для силы, с которой поля $\mathbf{G}_2$, $\mathbf{D}_2$ действуют на поля $\mathbf{G}_1$, $\mathbf{D}_1$:

$$\mathbf{F}_{21} = -\mathrm{grad}\left[\frac{4\pi a r^3}{\gamma}(\mathbf{G}_1 \cdot \mathbf{G}_2)\right] + \frac{d}{dt}\left[\frac{4\pi a r^3}{\gamma}(\mathbf{D}_1 \cdot \mathbf{D}_2)\right] \tag{1.14}$$

Подставив функции (1.12)–(1.13) в (1.14), получим для градиентной части:

$$\begin{aligned}
\mathbf{F}_{21}^1 &= -\frac{\gamma m_1 m_2}{4\pi r^3}\mathbf{r}_{21} + \frac{\gamma m_1 m_2}{4\pi a^2 r^3}\Bigg[\mathbf{w}_1 \times (\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{w}_2) + \mathbf{w}_2 \cdot \\
&\cdot (\mathbf{w}_{21} \times \mathbf{w}_1) + \frac{3(\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{w}_1)\cdot(\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{w}_2)}{r^2}\mathbf{r}_{21}\Bigg] = -\frac{\gamma m_1 m_2}{4\pi r^3}\mathbf{r}_{21} + \\
&+ \frac{\gamma m_1 m_2}{4\pi r^3 a^2}\Bigg[\mathbf{w}_1(\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{w}_2) + \mathbf{w}_2(\mathbf{w}_{21} \times \mathbf{w}_1) + \mathbf{r}_{21}(\mathbf{w}_1 \cdot \mathbf{w}_2) - \\
&- \frac{3(\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{w}_1)\cdot(\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{w}_2)}{r^2}\mathbf{r}_{21}\Bigg]
\end{aligned} \tag{1.15}$$

Выражение после второго знака равенства мы получили, расписывая двойные векторные произведения в предыдущем выражении.

Здесь первое слагаемое задает ньютонову статическую силу гравитации. Мы получили ее не как обобщение опытных данных, а как следствие фундаментального соотношения между энергией и силой. Отметим также, что в отличие от кулоновского слагаемого в [1] здесь это слагаемое входит со знаком минус, т. е. предсказывает притяжение, а не отталкивание двух масс. В квадратных скобках стоят слагаемые, появляющиеся за счет движения масс. Первые два слагаемых предсказывают появление сил, направленных вдоль ускорений рассматриваемых масс, вторые же два предсказывают дополнительную к статической силу, направленную по радиусу. Все эти силы равны нулю, если хотя бы одна из масс покоится или же движется с постоянной скоростью (фактически это другая формулировка первого закона Ньютона). Эту силу можно назвать силой Гюйгенса. Мы получили ее, следуя его представлению о силе как о градиенте энергии. Правда, он определял ее так применительно к отдельно движущемуся массивному телу. В формуле же (1.14) эта идея использована для описания взаимодействия массивных тел через взаимодействие полей, порождаемых этими телами. То же можно сказать и о второй, ньютоновой части силы (1.14). Первая производная по времени от выражения в квадратных скобках даст нам импульс взаимодействия полей, а вторая производная по времени – силу. После соответствующих вычислений получим: ньютонова динамическая сила состоит из двух слагаемых. Первое слагаемое

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_{21}^{2} = \frac{\gamma m_1 m_2}{4\pi a^2 r^3}\Big[&(\mathbf{w}_1-\mathbf{w}_2)\times(\mathbf{r}_{21}\times(\mathbf{w}_1-\mathbf{w}_2))+2(\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2)\times\\ &\times((\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2)\times(\mathbf{w}_1-\mathbf{w}_2))+2(\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2)\times(\mathbf{r}_{21}\times(\dot{\mathbf{w}}_1-\dot{\mathbf{w}}_2))+\\ &+2\mathbf{r}_{21}\times((\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2)\times(\mathbf{w}_1-\mathbf{w}_2))\times\mathbf{r}_{21}\times(\mathbf{r}_{21}\times(\ddot{\mathbf{w}}_1-\ddot{\mathbf{w}}_2))\Big]\end{aligned} \tag{1.16}$$

Эта сила обратно пропорциональна квадрату постоянного ускорения a.

Второе слагаемое в ньютоновой части силы имеет вид

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_{21}^{3} = \frac{\gamma m_1 m_2}{4\pi a^2 r^3}\Big[&(\mathbf{r}_{21}\times\ddot{\mathbf{w}}_2)\times(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{w}_1)+(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{w}_2)\times(\mathbf{r}_{21}\times\ddot{\mathbf{w}}_1)+\\ &+(\mathbf{w}_1\times\mathbf{w}_2)\times((\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{w}_1)-(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{w}_2))+2((\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2)\times\dot{\mathbf{w}}_2)\times\\ &\times(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{w}_1)+2((v_1-v_2)\times\mathbf{w}_2)\times((\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2)\times\mathbf{w}_1)+\\ &+2((\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2)\times\mathbf{w}_2)\times(\mathbf{r}_{21}\times\dot{\mathbf{w}}_1)+2(\mathbf{r}_{21}\times\dot{\mathbf{w}}_2)\times((\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2)\times\mathbf{w}_1)+\\ &+2(\mathbf{r}_{21}\times\dot{\mathbf{w}}_1)\times(\mathbf{r}_{21}\times\dot{\mathbf{w}}_2)+2(\mathbf{r}_{21}\times\dot{\mathbf{w}}_2)\times((\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2)\times\dot{\mathbf{w}}_2)\Big]\end{aligned} \tag{1.17}$$

Эта сила обратно пропорциональна a^3.

Напомним, что постоянное ускорение a играет для гравидинамического поля ту же роль, что и постоянная скорость света c в электродинамике. Имеются определенные доводы за то, что численно a не меньше c. Распишем двойные векторные произведения в формуле (1.16)

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_{21}^{2} = \frac{\gamma m_1 m_2}{4\pi a^2 r^3}\Big\{&\mathbf{r}_{21}\Big[(\mathbf{w}_1-\mathbf{w}_2)^2+2(\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2)\cdot(\dot{\mathbf{w}}_1-\dot{\mathbf{w}}_2)+\\ &+\mathbf{r}_{21}\cdot(\ddot{\mathbf{w}}_1-\ddot{\mathbf{w}}_2)\Big]+2(\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2)\Big[(\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2)\cdot(\mathbf{w}_1-\mathbf{w}_2)+\\ &+\mathbf{r}_{21}\cdot(\ddot{\mathbf{w}}_1-\ddot{\mathbf{w}}_2)\Big]-(\mathbf{w}_1-\mathbf{w}_2)\Big[\mathbf{r}_{21}\cdot(\mathbf{w}_1-\mathbf{w}_2)+\\ &+2(\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2)^2\Big]-4(\dot{\mathbf{w}}_1-\dot{\mathbf{w}}_2)[\mathbf{r}_{21}\cdot(\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2)]-(\ddot{\mathbf{w}}_1-\ddot{\mathbf{w}}_2)r^2\Big\}\end{aligned} \qquad (1.18)$$

Коэффициент при фигурных скобках здесь равен коэффициенту при динамических слагаемых градиентной силы, т. е. эти силы имеют один и тот же порядок. Однако зависит эта сила от разностей первых, вторых, третьих и четвертых производных по времени. В квадратных скобках выписаны скаляры из произведений таких производных. Перед квадратными скобками стоят векторы, указывающие направления соответствующих сил и являющиеся производными радиус-вектора от нулевого до четвертого порядка. Все слагаемые, кроме содержащих четвертую производную, убывают как r^2. Слагаемые, содержащие четвертую производную, убывают как r. Как и градиентная часть формулы, эта часть содержит слагаемые, направленные по радиусу и “деформирующие” статическую силу гравитации.

Распишем теперь двойные векторные произведения в выражении для силы (1.17). Получим

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_{21}^{3} = \frac{\gamma m_1 m_2}{4\pi a^3 r^3}\Big\{&\mathbf{r}_{21}\Big[\mathbf{r}_{21}\cdot((\ddot{\mathbf{w}}_1\times\mathbf{w}_2)-2(\dot{\mathbf{w}}_2\times\dot{\mathbf{w}}_1)+(\mathbf{w}_2\times\ddot{\mathbf{w}}_1))+\\ &+2\cdot(\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2)\cdot((\dot{\mathbf{w}}_2\times\mathbf{w}_1)+(\mathbf{w}_2\times\dot{\mathbf{w}}_1))\Big]+\\ &+2\cdot(\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2)\Big[\mathbf{r}_{21}\cdot(\dot{\mathbf{w}}_2\times\mathbf{w}_1)+(\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2)\cdot(\mathbf{w}_2\times\mathbf{w}_1)+\\ &+\mathbf{r}_{21}\cdot(\mathbf{w}_2\times\dot{\mathbf{w}}_1)\Big]+(\mathbf{w}_2-\mathbf{w}_1)[\mathbf{r}_{21}\cdot(\mathbf{w}_1\times\mathbf{w}_2)]\Big\}\end{aligned} \qquad (1.19)$$

Эта сила обратно пропорциональна a^3 в отличие от силы (1.18). Если постоянное ускорение a, с которым распространяется гравитационное поле, велико, то это означает, что эта сила по модулю меньше как силы (1.18) (первой части гравидинамической силы Ньютона), так и динамической части градиентной силы (1.15) (силы Гюйгенса). Как и в выражении для силы (1.18), перед квадратными скобками стоят векторы, указывающие направление соответствующей силы. Это радиус-вектор и разности скоростей и ускорений. В квадратных скобках стоят скаляры, составленные из различных производных радиус-вектора от нулевого до четвертого порядка. Они определяют величину соответствующей силы.

Как и в динамической части силы Гюйгенса (1.15) и первой части динамической силы Ньютона (1.18), в формуле (1.19) имеется слагаемое, направленное по радиусу и предсказывающее появление силы, деформирующей статическую силу. В отличие от динамической части силы Гюйгенса силы (1.18) и (1.19) не равны нулю, если одна из масс покоится или движется с постоянной скоростью. Силы (1.18) и (1.19) не содержат статического слагаемого в отличие от силы Гюйгенса (1.15), т. е. они равны нулю, если обе массы покоятся. Если же массы m_1 и m_2 движутся с одинаковыми скоростями, ускорениями и третьими и четвертыми производными по времени, то сила (1.18) будет равна нулю, но в выражении для силы (1.19) в общем случае не будет равна нулю компонента, направленная по радиусу.

Окончательно гравидинамическая сила, действующая на движущуюся массу m_1 со стороны движущейся массы m_2 имеет вид:

$$
\begin{aligned}
&\mathbf{F}_{21} = \mathbf{F}_{21}^1 + \mathbf{F}_{21}^2 + \mathbf{F}_{21}^3 = -\frac{\gamma m_1 m_2}{4\pi r^3}\mathbf{r}_{21} + \frac{\gamma m_1 m_2}{4\pi r^3 a^2}\Bigg[\mathbf{w}_1 \times (\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{w}_2) + \\
&+\mathbf{w}_2 \times (\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{w}_1) + \frac{3(\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{w}_1)\cdot(\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{w}_2)}{r^2}\mathbf{r}_{21}\Bigg] + \\
&+\frac{\gamma m_1 m_2}{4\pi r^3 a^2}\Big[\big(\mathbf{w}_1 - \mathbf{w}_2\big)\times\big(\mathbf{r}_{21}\times(\mathbf{w}_1 - \mathbf{w}_2)\big) + 2\big(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2\big)\times \\
&\times\big(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2\big)\times\big(\mathbf{w}_1 \times \mathbf{w}_2\big) + 2\big(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2\big)\times\big(\mathbf{r}_{21}\times(\dot{\mathbf{w}}_1 - \dot{\mathbf{w}}_2)\big) + \\
&+2\mathbf{r}_{21}\times\big((\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)\times(\dot{\mathbf{w}}_1 - \dot{\mathbf{w}}_2)\big) + \mathbf{r}_{21}\times\big(\mathbf{r}_{21}\times(\ddot{\mathbf{w}}_1 - \ddot{\mathbf{w}}_2)\big)\Big] + \\
&+\frac{\gamma m_1 m_2}{4\pi r^3 a^3}\Big[(\mathbf{r}_{21}\times\ddot{\mathbf{w}}_2)\times(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{w}_1) + (\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{w}_2)\times(\mathbf{r}_{21}\times\ddot{\mathbf{w}}_1) + \\
&+\big(\mathbf{w}_1 \times \mathbf{w}_2\big)\times\big((\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{w}_1) - (\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{w}_2)\big) + 2\big((\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)\times\dot{\mathbf{w}}_2\big)\times \\
&\times\big(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{w}_1\big) + 2\big((\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)\times\mathbf{w}_2\big)\times\big((\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)\times\mathbf{w}_1\big) + \\
&+2\big((\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)\times\mathbf{w}_2\big)\times\big(\mathbf{r}_{21}\times\dot{\mathbf{w}}_1\big) + 2\big(\mathbf{r}_{21}\times\dot{\mathbf{w}}_2\big)\times\big((\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)\times\mathbf{w}_1\big) + \\
&+2\big(\mathbf{r}_{21}\times\dot{\mathbf{w}}_1\big)\times\big(\mathbf{r}_{21}\times\dot{\mathbf{w}}_2\big) + 2\big(\mathbf{r}_{21}\times\mathbf{w}_2\big)\times\big((\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)\times\dot{\mathbf{w}}_1\big)\Big]
\end{aligned}
\tag{1.20}
$$

Расписав двойные векторные произведения, получим

$$
\begin{aligned}
&\mathbf{F}_{21} = -\frac{\gamma m_1 m_2}{4\pi r^3}\mathbf{r}_{21} + \frac{\gamma m_1 m_2}{4\pi a^2 r^3}\Bigg[\mathbf{w}_1(\mathbf{r}_{21}\cdot\mathbf{w}_2) + \mathbf{w}_2(\mathbf{r}_{21}\cdot\mathbf{w}_1) + \\
&+\mathbf{r}_{21}(\mathbf{w}_1\cdot\mathbf{w}_2) - \frac{3(\mathbf{r}_{21}\cdot\mathbf{w}_1)(\mathbf{r}_{21}\cdot\mathbf{w}_2)}{r^2}\mathbf{r}_{21}\Bigg] + \frac{\gamma m_1 m_2}{4\pi a^2 r^3}\Big\{\mathbf{r}_{21}\Big[(\mathbf{w}_1 - \mathbf{w}_2)^2 + \\
&+2\cdot(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)\cdot(\dot{\mathbf{w}}_1 - \dot{\mathbf{w}}_2) + \mathbf{r}_{21}\cdot(\ddot{\mathbf{w}}_1 - \ddot{\mathbf{w}}_2)\Big] + 2\cdot(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)\cdot \\
&\cdot\big[(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)\cdot\big(\mathbf{w}_1 - \mathbf{w}_2\big) + \mathbf{r}_{21}\cdot\big(\dot{\mathbf{w}}_1 - \dot{\mathbf{w}}_2\big)\big] - \big(\mathbf{w}_1 - \mathbf{w}_2\big)\cdot \\
&\cdot\Big[\mathbf{r}_{21}\cdot\big(\mathbf{w}_1 - \mathbf{w}_2\big) + 2(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)^2\Big] - 4\big(\dot{\mathbf{w}}_1 - \dot{\mathbf{w}}_2\big)\big[\mathbf{r}_{21}\cdot(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)\big] - \\
&-(\ddot{\mathbf{w}}_1 - \ddot{\mathbf{w}}_2)\mathbf{r}^2\Big\} + \frac{\gamma m_1 m_2}{4\pi a^3 r^3}\Big\{\mathbf{r}_{21}\Big[\mathbf{r}_{21}\cdot\Big((\ddot{\mathbf{w}}_2\times\mathbf{w}_1) - 2(\dot{\mathbf{w}}_2\times\dot{\mathbf{w}}_1) + \\
&+(\mathbf{w}_2\times\ddot{\mathbf{w}}_1)\Big) + 2\big(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2\big)\cdot\big((\dot{\mathbf{w}}_2\times\mathbf{w}_1) + (\mathbf{w}_2\times\dot{\mathbf{w}}_1)\big)\Big] + \\
&2(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)\big[\mathbf{r}_{21}\cdot(\dot{\mathbf{w}}_2\times\mathbf{w}_1) + (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)\cdot(\mathbf{w}_2\times\mathbf{w}_1) + \mathbf{r}_{21}\cdot(\mathbf{w}_2\times\dot{\mathbf{w}}_1)\big] + \\
&+(\mathbf{w}_2 - \mathbf{w}_1)\big[\mathbf{r}_{21}\cdot(\mathbf{w}_2\times\mathbf{w}_1)\big]\Big\}
\end{aligned}
\tag{1.21}
$$

2. Примеры

Пример 1

Пусть две массы m_1 и m_2 движутся с равными постоянными ускорениями $\mathbf{w}_1 = \mathbf{w}_2 = \mathbf{w}$ вдоль параллельных прямых, т. е.

$$\mathbf{w}_1 \cdot \mathbf{w}_2 = w^2 \tag{2.1}$$

Угол между $\mathbf{r}_{21}$ и $\mathbf{w}_1$, равный углу между $\mathbf{r}_{21}$ и $\mathbf{w}_2$, обозначим через θ. Для таких масс вся динамическая часть ньютоновской силы будет равна нулю, а градиентная часть примет вид

$$\mathbf{F}_{21} = -\frac{\gamma m_1 m_2}{4\pi r^3}\mathbf{r}_{21} + \frac{\gamma m_1 m_2}{4\pi r^3 a^2}[2\mathbf{w} r w \cos\theta + \mathbf{r}_{21} w^2 (1 - 3\cos^2\theta)] \tag{2.2}$$

Направленная по радиусу и деформирующая кулонову силу динамическая радиальная сила (второе слагаемое в квадратных скобках) зависит от угла θ, т. е. от расположения масс друг относительно друга.

Когда $(1 - 3\cos^2\theta) = 0$ (около 55° и 125°), то динамическая радиальная сила равна нулю. Когда $\theta \in [0^\circ, 55^\circ] \cup (125^\circ, 180^\circ]$ эта сила отрицательна и усиливает статическую часть. Когда $\theta \in [55^\circ, 125^\circ]$, она положительна и ослабляет статическую силу. Направленная по ускорению сила (первое слагаемое в квадратных скобках) равна нулю, когда $\theta = 90^\circ$, т. е. массы летят “бок о бок”. Когда $\theta \in (180^\circ, 90^\circ)$ (первая масса позади второй), эта сила направлена по ускорению и увеличивает ускорение первой массы (вторая масса ‘помогает’ первой двигаться). Когда $\theta \in (90^\circ, 0^\circ)$ (первая масса впереди второй), эта сила направлена против ускорения первой массы (вторая масса тормозит движение первой). Равная по величине и противоположно направленная сила прикладывается ко второй массе со стороны первой, так что массы стремятся лететь “бок о бок”, что соответствует ситуации равновесия. Этот эффект наблюдается при движении планет. Он в точности аналогичен соответствующему эффекту в обобщенной электродинамике [1], где он проявляется в кластер-эффекте: заряды в ускорителях при больших скоростях вместо того, чтобы разлететься под действием сил Кулона, собираются в комочки-кластеры.

Пример 2

Пусть в условиях предыдущего примера ускорения масс не постоянны, а массы совершают колебания вдоль параллельных прямых с амплитудой A и угловой скоростью ω, т. е.

$$\mathbf{w}_1 = \mathbf{w}_2 = -A^2 w^2 \cos\omega t\mathbf{d} \qquad (2.3)$$

где $\mathbf{d}$ – единичный вектор, задающий направление прямых, вдоль которых совершаются колебания. Ньютонова динамическая сила здесь опять равна нулю, а градиентная принимает вид

$$\mathbf{F}_{21} = -\frac{\gamma m_1 m_2}{4\pi r^3}\mathbf{r}_{21} + \frac{\gamma m_1 m_2 A^2 w^4 \cos^2\omega t}{4\pi r^3 a^2}[-2r\cos\theta\cdot\mathbf{d} + (1-3\cos^2\theta)\mathbf{r}_{21}] \qquad (2.4)$$

Здесь θ, как и в предыдущем примере, угол между $\mathbf{r}_{21}$ и $\mathbf{d}$. Мы получили формулу, сходную с предыдущим примером. Однако она интересна тем, что показывает конструктивный путь к получению “антигравитации”. Для этого массы должны колебаться “бок о бок” ($\cos\theta = 0$). Статическая гравитационная сила будет преодолена, когда выполнится неравенство

$$A^2 w^4 \cos^2\omega t \geq a^2 \qquad (2.5)$$

Пример 3

Пусть масса m_1 вращается вокруг неподвижной массы m_2 с постоянной касательной скоростью $\mathbf{v}_1$ и соответственно с постоянным центростремительным ускорением $\mathbf{w}_1$. В этом случае градиентная сила равна нулю, большая часть слагаемых в ньютоновой динамической силе, содержащих третьи и четвертые производные, также равны нулю. Остается сила

$$\mathbf{F}_{21} = -\frac{\gamma m_1 m_2}{4\pi r^3}\mathbf{r}_{21} + \frac{\gamma m_1 m_2}{4\pi r^3 a^2}[{w_1}^2\mathbf{r}_{21} + (2{\mathbf{V}_1}^2 - rw_1)\mathbf{w}_1]. \qquad (2.6)$$

Учитывая, что

$$\mathbf{w}_1 = -\frac{{\mathbf{V}_1}^2}{r^2}\mathbf{r}_{21}, \qquad (2.7)$$

т. е. что центростремительная сила антипараллельна радиус-вектору, получим, что слагаемые в квадратных скобках в (2.6) взаимно уничтожаются и остается только статическая часть (первое слагаемое в (2.6)). Этот результат мы могли бы, конечно, предугадать и заранее, всмотревшись в формулу (1.13), задающую вид гравимагнитного поля. Для массы m_2 первое слагаемое здесь равно нулю потому, что она покоится ($\mathbf{w}_2 = 0$), а для m_1 оно равно нулю потому, что $\mathbf{w}_1$ антипараллельна радиус-вектору. Векторное же произведение радиус-вектора на себя даст ноль, в отличие от их скалярного произведения, которое участвует в формуле для градиентной части и доставляет там статическое слагаемое. Повторим уже упоминавшуюся мысль: формула для силы взаимодействия магнитных полей не содержит статической части, в отличие от формулы для взаимодействия электрических и гравитационных полей.

Астрономические наблюдения показывают, что между планетами и солнцем имеются силы, дополнительные к статическим. Это значит, что планеты и Солнце являются “гравиферромагнетиками”, т. е. постоянными магнитами гравитационного поля. Этой проблеме будет посвящено отдельное исследование.

Литература к Приложению 3

1. *J. G. Klyushin*. Field generalization for the Lorentz force formula. Galilean Electrodynamics, v. 11, p. 85, 2000.

2. *A. A. Ampere*. Memoires de L’Academie de Paris 6, 175 (1823).

3. *E. T. Whittaker*. A history of the theories of Aether & Electricity, p. 91 (London, green and Co. London 1910).

4. *H. G. Grassman*. “Eine Theorie der Elektrodynamik. Annalen der Physik und Chemic”, 64, 1–18, (1845).

ВТОРОЕ УРАВНЕНИЕ НЕПРЕРЫВНОСТИ

Резюме. Находится уравнение, обобщающее уравнение непрерывности на случай ускоренного перетекания жидкости.

Скорость протекания через поверхность S количества жидкости Q

$$\frac{dQ}{dt} = \iint_S \rho \mathbf{v}_n ds \tag{1}$$

где $\mathbf{v}_n$ – проекция $\mathbf{v}$ на внешнюю нормаль к S. Скорость же изменения количества жидкости в объеме υ, ограниченном поверхностью S, будет

$$\iiint_\upsilon \rho_t d\upsilon$$

Здесь, как и ниже, нижним индексом t обозначена частная производная по t. Используя теорему Гаусса, придем к тождеству, для всякого объема υ

$$-\iiint_\upsilon \rho_t d\upsilon \tag{2}$$

Откуда получим классическое уравнение непрерывности:

$$\rho_t + \operatorname{div}(\rho \mathbf{v}) = 0 \tag{3}$$

Если перетекание происходит ускоренно, вторая производная по времени от Q не будет равна нулю, и из равенства (1) получим

$$\begin{gathered}\frac{d^2Q}{dt^2} = \iint_S \left[(\rho \mathbf{v}_n)_t + v_n \operatorname{div}(\rho v) \right] ds = \\ \iiint_\upsilon \operatorname{div}\left[(\rho \mathbf{v})_t + v \operatorname{div}(\rho \mathbf{v}) \right] d\upsilon \end{gathered} \tag{4}$$

С другой стороны ускорение, с которым изменяется плотность в объеме υ, будет иметь вид

$$-\iiint_\upsilon \rho_{tt} d\upsilon \tag{5}$$

Для всякого объема υ из (4) и (5) имеем

$$\iiint\limits_{\upsilon}\left[\rho_{tt}+\operatorname{div}\left[(\rho\mathbf{v})_t+v\operatorname{div}(\rho\mathbf{v})\right]\right]d\upsilon=0 \tag{6}$$

Отсюда получаем второе уравнение непрерывности

$$\rho_{tt}+\operatorname{div}\left[(\rho\mathbf{v})_t+v\operatorname{div}(\rho\mathbf{v})\right]=0 \tag{7}$$

Если перетекание происходит с постоянной скоростью, т. е. $\rho_{tt}=0$, $\mathbf{v}_t=0$, то, как нетрудно проверить, уравнение (7) переходит в (3). Учитывая (3) в соотношении (7), получим

$$\rho_{tt}+\operatorname{div}(\rho\mathbf{v}_t)=0 \tag{8}$$

Для неускоренного перетекания жидкости (8) сводится к тождеству. В общем случае оно должно выполняться одновременно с (3). Как и соотношение (3) соотношение (8) есть факт кинематический, не зависящий ни от каких предположений, кроме предположения об отсутствии источников внутри рассматриваемого объема.

Уравнение непрерывности (3) широко используется в физике и понимается как математическое выражение законов сохранения. Полученный результат означает, что это предположение справедливо только для процессов с постоянной скоростью. В частности, его достаточно, когда закон сохранения электрического заряда мы получаем из уравнения Максвелла.

Но соотношение (3) оказывается только необходимым условием, когда рассматриваются ускоренные процессы или процессы, зависящие от третьей и четвертой производной по времени. В частности, уравнение (8) нам необходимо, когда мы получаем законы сохранения массы в уравнениях обобщенной гравидинамики.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие 3
Основы современной электродинамики 5
Предисловие ко второму изданию 5
От автора 6
Введение 8
§1. Исторический обзор электродинамических теорий 14
§2. Что можно сделать? 33
§3. Решения уравнений Максвелла 44
§4. Окончательное соотношение 47
§5. Примеры 54
§6. Случай распределения заряда по бесконечно длинной проволоке 59
§7. Еще примеры 61
§8. Заряженная плоскость 63
§9. Заряженная сфера 76
§ 10. Энергия, импульс, момент силы 81
§ 11. Заключение 85
Цитированная литература 87
Приложение 1. О механических размерностях электро- и гравидинамического полей 90
Приложение 2. О связи электрического и гравитационного полей 97
Приложение 3. О гравидинамической силе 106
Приложение 4. Второе уравнение непрерывности 118